



ТАРТУСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

# ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ В ВУЗЕ

В ПОМОЩЬ ПРЕПОДАВАТЕЛЮ

VII

ТАРТУ 1982

ТАРТУСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ  
ФИЗИКИ В ВУЗЕ**

**В ПОМОЩЬ ПРЕПОДАВАТЕЛЮ**

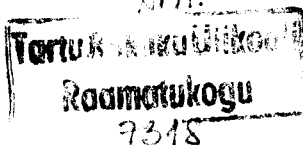
**VII**



ТАРТУ 1982

Утверждено на заседании совета физико-химического  
факультета ТГУ 21 апреля 1982 года.

KUSTUTATUD



## К МЕТОДИКЕ ИЗЛОЖЕНИЯ ОСНОВ МЕХАНИКИ

П.Г. Кард

О. Понятие массы является одним из важнейших понятий механики, но трудно найти в существующей учебной и методической литературе вполне удовлетворительное обоснование этого понятия. Обоснование, естественно, должно включать указание способа измерения массы, т.е. оно должно быть операциональным. Поэтому мы с самого начала можем пренебречь интуитивным представлением о массе как о "мере количества вещества". Представление это, кстати, уже почти изжито, а если мы все-таки упоминаем о нем, так это из-за его пережитков, встречающихся не столь уж редко. Так, многие авторы считают релятивистскую кинетическую массу какой-то ненастоящей, фиктивной массой (или даже вовсе отрицают ее). Они рассуждают так: движущееся тело содержит то же самое вещество (т.е. столько же вещества), что и покоящееся; откуда же дополнительная масса?

Первым и неперемнным условием возможности измерения любой величины является возможность установления равенства. Так и измерение массы возможно только тогда, если мы в состоянии обнаружить равенство двух масс. Тут мы сталкиваемся со специфической трудностью, обусловленной скалярностью массы. Не существует никакого дополнительного признака, по которому можно было бы судить о равенстве. Иначе масса не была бы скаляром. То же верно и относительно других скалярных величин, например, электрического заряда. Поэтому сравнение и измерение подобных величин должно производиться косвенно, с участием векторных величин. Дело в том, что векторные величины обладают именно тем дополнительным признаком - направлением, который отсутствует у скаляров и позволяет, опираясь на положение об изотропности

пространства, устанавливать равенство противоположно направленных векторов. Равенство сил, например, обнаруживается по их равновесию и т.д.

Итак, массу следует измерять с помощью векторных величин. Так и делается, но остается открытым еще вопрос о наиболее целесообразном выборе векторов. Есть авторы, предлагающие определять и измерять массу весом. Другие предлагают иные методы (например, измерять массу тела по ускорению, сообщаемому телу данной силой). Ни один из этих методов не безупречен, им присущи те или другие недостатки. Излагаемый ниже новый метод, напротив, обладает существенными преимуществами и превосходит во всех отношениях прежние методы.

I. Определению и измерению массы предшествует в нашем методе определение и измерение импульса. Каждое движущееся с определенной скоростью тело (или иной объект, например, световой поток) характеризуется параллельной скорости векторной величиной, называемой импульсом. Мы не определяем импульс как произведение массы на скорость; наоборот, понятие импульса мы считаем первичным по отношению к понятию массы. Целесообразность такого подхода очевидна: векторный характер импульса позволяет без труда обосновать равенство импульсов, откуда легко в связи с законом сохранения импульса вытекает и метод измерения импульса. Поясним сказанное несколько подробнее.

Равными (по модулю) естественно считать два импульса, если они взаимно уничтожаются. Это значит следующее. Пусть два объекта движутся в двух противоположных направлениях и испытывают полностью неупругое соударение, т.е. сливаются в результате удара в один вторичный объект. Если вторичный объект покоится, то импульсы первичных объектов взаимно уничтожились, что дает основание считать их по модулю равными. Ясно, что сумма импульсов как векторов равна в этом случае нулю. Импульс покоящегося объекта тоже равен нулю. Таким образом, понятие равенства импульсов подразумевает сохранение импульса в этом частном случае. Обобщая, постулируем общий закон сохранения импульса. Если, следовательно, вторичный объект, образующийся в результате полностью неупругого соударения двух объектов с противоположно направленными им-

пульсами, не покоится, то его импульс равен сумме импульсов (а по модулю разности модулей импульсов) первичных объектов. Отсюда вытекает принципиальная возможность измерения любого импульса. Приняв произвольно какой-либо эталонный импульс за единицу, будем вычитать его путем указанных соударений из подлежащего измерению импульса. При наличии остатка следует, как обычно, перейти к долям единицы. В конечном результате получается число, выражающее с любой степенью точности отношение модуля измеряемого импульса к модулю единичного импульса. Само собою разумеется, что описанная процедура измерения является мысленной, но не технологической. Она показывает логическую возможность введения импульса как первичной величины, определяемой и измеряемой независимо от массы. На практике же, естественно, могут применяться самые разнообразные методы с привлечением любых величин и явлений, годных для данной цели.

Следует также сказать два слова о законе сохранения импульса. Так как мы воспользовались этим законом для определения импульса, то может показаться, что импульс является у нас сохраняющейся величиной всего лишь по определению. На самом деле это не так. Закон сохранения импульса есть подлинный закон, нуждающийся в экспериментальной проверке. При определении импульса мы потребовали сохранения импульса только при одномерных соударениях. Сохраняется ли импульс при произвольных соударениях, может показать только опыт. Опыт и показывает, что импульс сохраняется при любых, не только полностью неупругих, но и частично неупругих и полностью упругих соударениях. Этого в определении не было.

2. Располагая понятием импульса, мы определяем далее массу объекта как положительный скалярный коэффициент, связывающий импульс со скоростью. Легко заметить, что это определение годится одинаково как в классической, так и в релятивистской механике. В самом деле, из данного определения не вытекает ничего о том, зависит ли или как зависит масса от скорости или иных факторов.

Некоторые авторы возражают против определения массы как бессодержательного, по их мнению, коэффициента. Им кажется это определение формальным и недостойным такой фундаменталь-

ной величины как масса (см., например, [1]). Однако они не замечают, что масса вводится этим определением в силу принципа относительности как сохраняющаяся величина; а это качество вполне достойно массы. Закон сохранения массы прямо вытекает из закона сохранения импульса (см. [2]), причем этот вывод применим опять-таки одинаково и в классической, и в релятивистской механике. В той же статье [2] показано, что компоненты импульса и масса преобразуются из одной инерциальной системы в другую так же, как пространственные координаты и время. Это - следствие принципа относительности, требующего линейности формул преобразования массы и импульса (иначе они не могли бы сохраняться в каждой инерциальной системе). Таким образом, в классической механике масса, подобно времени, абсолютна, тогда как в релятивистской механике она преобразуется совместно с импульсом по формулам Лоренца.

3. К числу наиболее ценных преимуществ изложенного метода мы относим его общность в смысле одинаковой применимости как в нерелятивистской, так и в релятивистской механике. Этим демонстрируется одинаковость фундаментальных понятий механики в обеих областях. Не следует обосновывать классическую механику Ньютона отдельно от релятивистской механики Эйнштейна; не следует противопоставлять их друг другу, ибо они едины в своих основах. Такой подход при возросшей в наше время теоретической и практической роли релятивистской механики представляется единственно разумным. Подробнее об этом сказано в [2].

Другое существенное преимущество нашего метода состоит в том, что масса и импульс обосновываются с самого начала как сохраняющиеся величины. Сохранение является именно тем свойством, которое сообщает этим величинам фундаментальность. Давно уже время отказаться от третьего закона Ньютона как основного закона в пользу закона сохранения импульса. Хорошо известно, что последний и более общ, и согласуется с концепцией близкодействия, тогда как первый имеет ограниченную применимость и соответствует концепции дальнодействия.

## Литература

1. Лобко С.И., Ратников Э.В. Об изложении основных понятий и законов механики в вузах. - Тезисы докладов седьмого совещания-семинара заведующих кафедрами и ведущих лекторов по общей физике высших учебных заведений Белорусской, Литовской, Латвийской, Эстонской ССР и Калининградской области РСФСР. Часть первая. Таллин, 1980, с. 67-69.

2. Кард П. О массе и силе. - Известия АН ЭстССР, Физ., Матем., 1980, 29, 3, 282-287.

### К ВОПРОСУ ОБ ИЗЛОЖЕНИИ ОСНОВ ДИНАМИКИ В КУРСЕ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

З.Н. Бихеле, Г.А. Бихеле

В основу динамики в курсе общей физики обычно берутся законы Ньютона. Поскольку эти законы изучаются уже в школьном курсе, то возникает вопрос, насколько подробно надо (да и надо ли вообще) рассматривать их еще раз в высшей школе.

Однако опыт как вступительных экзаменов, так и контроля знаний студентов показывает, что содержание глубоких идей, заложенных в законах Ньютона, доходит далеко не до всех учащихся. Поэтому в курсе высшей школы целесообразно несколько подробнее остановиться на этой теме. При этом необходимо рассмотреть основы динамики уже на более высоком уровне, детальнее обсудить границы ее применимости, пути дальнейшего уточнения - и тем самым подготовить переход к освоению релятивистской и квантовой механики.

Вопрос о том, в каком порядке излагать законы Ньютона, что считать в них за определения, а что за утверждения, требующие экспериментальной проверки, не решается однозначно. Здесь допустимы различные конкретные методики, каждая из которых имеет как положительные стороны, так и свои недостатки [1].



Начинать надо с представлений о пространстве и времени в классической механике и затем переходить к вопросу об инерциальных системах отсчета. Может быть есть смысл (учитывая интерес к развитию космонавтики) коснуться вопроса локальной координатной системы, связанной с космической ракетой в ее свободном полете.

Далее можно детальнее рассмотреть понятие материальной точки, которую следует определить как лишенную внутренней структуры точечную частицу, обладающую массой, энергией, импульсом, а если она заряжена, то и электрическим зарядом. Материальная точка может служить моделью тела, если в данной задаче будут не существенны как размеры и форма тела, так и характер распределения в нем масс; если можно не учитывать его вращения, а силы, действующие на тело, считать приложенными в одной точке. Необходимо добиваться, чтобы учащиеся полностью осознали, что вопрос о том, можно моделировать тело материальной точкой или нет, разрешается не его размерами и формой, а степенью идеализации и особенностями движения тела.

Приступая к изложению законов Ньютона, надо указать, что классическая механика ограничивается рассмотрением лишь таких случаев движения взаимодействующих частиц, когда механическое состояние системы всецело определяется взаимным расположением частиц и их скоростями.

Обсуждая первый закон Ньютона, следует подчеркнуть, что основным содержанием его является утверждение о существовании в природе инерциальных систем отсчета и инерции, как свойства, присущего всем материальным объектам. Закон лучше сформулировать для свободной, изолированной от всяких внешних воздействий материальной точки. Включать же сюда дополнение, что закон действителен и при скомпенсированном действии на нее других тел, вряд ли целесообразно, т.к. это, являясь по сути определением условия уравновешенности сил, лишь перегружает формулировку закона.

Выбор методики введения массы во многом определяется тем, что мы будем считать во втором законе Ньютона за определение, а что за утверждение. Видимо, целесообразно давать понятие массы еще до изложения второго закона. К нему можно

подойти, например, ссылаясь на опытные данные о постоянстве отношения ускорений двух взаимодействующих частиц, не зависящем от природы и величины этого взаимодействия и определяемым свойствами самих частиц. Далее, вводя понятие импульса частицы, можно перейти к закону сохранения импульса изолированной системы [1].

Возможен и другой путь [2]. Сразу ввести понятие импульса частицы и, опираясь на закон сохранения импульса изолированной системы (как опытный факт), рассмотреть процесс соударения двух частиц и оттуда перейти к понятию массы.

Введение понятия силы всегда было связано с известными методическими и методологическими трудностями. Многие видят возможность определения силы независимо от второго закона Ньютона по вызываемому ею статическому действию на тело (деформации) [1]. Другие считают, что вид зависимости силы от определяющих ее параметров устанавливается лишь с помощью второго закона, который рассматривается ими не как физический закон, а как определение силы [3].

Если под силой понимать меру быстроты изменения импульса частицы, то второй закон Ньютона можно трактовать и как определение понятия силы, и как утверждение (физический закон природы), что силы, действующие на частицы данной материальной системы, определяются взаимным расположением и скоростями этих частиц, т.е. являются функциями состояния системы [4]. Вид такой функции может быть получен теоретически на основе дополнительных гипотез или непосредственно, если нам известна совокупность всех возможных движений частицы под действием этой силы; он определяется свойствами частиц и внешними условиями, при которых происходит движение. Если эти условия изменяются со временем, то возникает зависимость силы от времени. Выражения для сил могут содержать также фундаментальные константы, такие, как скорость света или гравитационная постоянная, а также характеристики самих частиц, например, их массы, заряды, но они не включают постоянных, зависящих от начальных условий движения.

Методика изложения третьего закона Ньютона во многом диктуется построением предыдущего материала. Его можно дать как один из основных законов природы и можно представить

как следствие из закона сохранения импульса изолированной системы или из условия постоянства отношения ускорений, сообщаемых друг другу взаимодействующими частицами [1]. Вряд ли целесообразно формулировать этот закон через равенство действия и противодействия, поскольку основным определяемым здесь понятием является не действие, а сила.

Необходимо подчеркнуть, что третьим законом предполагается возможность так называемого дальнего действия, т.е. мгновенного изменения поля сил, возбуждаемого частицей в процессе движения во всем окружающем пространстве. Следовательно, при этом не учитывается "эффект запаздывания", обусловленный конечной скоростью распространения изменений поля.

Желательно также обсудить примеры нарушения третьего закона для электромагнитных сил и сил инерции. Поэтому полезно уже в механике ближе коснуться вопроса о силах взаимодействия и движении заряженных частиц, чтобы выяснить, когда можно ограничиться лишь механическими характеристиками движения, а когда необходимо учитывать процессы, происходящие в окружающем частицу электромагнитном поле. В последнем случае возникает необходимость наряду с механическим импульсом ввести и понятие импульса электромагнитного поля.

#### Литература

1. Хайкин С.Э. Что такое силы инерции. Физическое введение в механику. М., 1940.
2. Астахов А.В. Курс физики. Т.1. М., 1977.
3. Кирхгоф Г. Механика. Из-во АН СССР, 1962.
4. Жирнов Н.И. Классическая механика. М., Просвещение, 1980.

## ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ БРАУНОВСКОГО ДВИЖЕНИЯ ПО СМОЛУХОВСКОМУ В КУРСЕ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ

О.И. Семан

1. Современная программа курса молекулярной физики для университетов предусматривает знакомство в общем курсе физики с теорией брауновского движения по Эйнштейну и Смолуховскому. Как известно, брауновское движение, открытое еще в 1827 году, долгое время оставалось загадочным явлением, теория которого была создана Эйнштейном и Смолуховским только в начале XX столетия [1, 2]. После появления многих экспериментальных работ [3, 4], полностью подтвердивших теории Эйнштейна и Смолуховского [1, 2, 5], молекулярно-кинетическая теория встала на прочную основу. Методы статистической механики нашли широкое признание, и второе начало термодинамики получило статистическое обоснование и освободилось от догматизма и связанных с ним необоснованных обобщений. Особенно интересными являются как по методу, так и более детальному рассмотрению работы Смолуховского по брауновскому движению.

В курсах молекулярной физики для физических специальностей брауновское движение обычно излагается количественно по Ланжевену, предложившему простую идею трактовки этого вопроса [6, 7]. Теория Смолуховского не всегда приводится даже в курсах статистической физики [8, 9, 10]. Теоретические построения Смолуховского [13, 14, 15] громоздки, но находят место на страницах многих курсов теоретического характера [11, 12]. Содержание работ Смолуховского весьма важно для понимания связи между обратимыми и необратимыми процессами и уяснения вероятностного характера второго принципа термодинамики. Теория брауновского движения взвешенных в жидкости частиц проверялась различными способами по формуле среднего квадрата отклонения частицы [3, 11].

2. Рассмотрим проекции отклонения брауновской частицы по оси  $x$  декартовой системы координат. Вероятность  $dW$  отклонения из начального положения  $x_0 = 0$  за время  $t$  запишется аналогично распределению значений случайных величин или распределению скоростей по Максвеллу

$$\frac{dN}{N} = dW = A e^{-\gamma x^2} dx. \quad (1)$$

Определим постоянную  $A$  из следующего условия

$$A \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\gamma x^2} dx = 1. \quad (2)$$

Отсюда

$$A = \sqrt{\frac{\gamma}{\pi}}. \quad (3)$$

Далее определим значение среднего квадрата отклонения

$$\langle x^2 \rangle = \sqrt{\frac{\gamma}{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\gamma x^2} x^2 dx = -\sqrt{\frac{\gamma}{\pi}} \frac{d}{d\gamma} \sqrt{\frac{\pi}{\gamma}} = \frac{1}{2\gamma}, \quad (4)$$

следовательно,

$$\gamma = \frac{1}{2\langle x^2 \rangle}. \quad (5)$$

Искомое распределение вероятностей запишется

$$dW = \frac{1}{\sqrt{2\pi\langle x^2 \rangle}} e^{-\frac{x^2}{2\langle x^2 \rangle}}. \quad (6)$$

Распределение, выражаемое этой формулой для свободных частиц, проверялось экспериментально после интегрирования формулы и определения числа частиц в равной ширины полосках [11].

3. Брауновское движение частиц в некоторой среде можно рассматривать как процесс диффузии. Средний квадрат смещения брауновской частицы зависит от коэффициента диффузии  $D$ . Пусть  $C(\varepsilon)$  — распределение концентрации частиц как функция координаты  $\varepsilon$  вдоль направления оси  $\varepsilon$ . Диффузный перенос частиц за время  $t$  через сечение в плоскости  $\varepsilon = \text{const} = 0$  при величине площади сечения  $\Delta S$  выразится:

$$\Delta M = -D \frac{dC}{d\varepsilon} \Delta S t, \quad (7)$$

где  $\Delta M$  — прошедшая масса частиц.

С другой стороны, через это сечение проходит слева направо масса частиц  $\Delta M_1$  за время  $t$

$$\frac{1}{2} C(-\frac{x}{2}) x \Delta S = \Delta M_1, \quad (8)$$

так как половина частиц движется в противоположном направлении. Справа налево поступает в обратном направлении масса частиц  $\Delta M_2$ , проходящая через  $\varepsilon = 0$ .

$$\frac{1}{2} C(\frac{x}{2}) x \Delta S = \Delta M_2. \quad (9)$$

Полный поток массы:

$$-D \frac{dC}{d\varepsilon} \Delta S t = \frac{1}{2} x \Delta S \left\{ C(-\frac{x}{2}) - C(\frac{x}{2}) \right\} = -\frac{1}{2} x^2 \Delta S \frac{dC}{d\varepsilon} \quad (10)$$

или

$$2Dt = \langle x^2 \rangle. \quad (II)$$

В формуле (II) восстановлен знак среднего, ранее опускавшийся для упрощения записи. Сравнивая формулу (II) с известной формулой среднего квадрата отклонения

$$\langle x^2 \rangle = 2BkTt \quad (I2)$$

найдем

$$D = BkT, \quad (I3)$$

где  $B$  - подвижность,  $k$  - постоянная Больцмана,  $T$  - абсолютная температура среды.

Вероятность (6) с учетом (II) можно выразить

$$dW = \frac{1}{2\sqrt{\pi Dt}} \cdot e^{-\frac{x^2}{4Dt}} dx. \quad (I4)$$

4. Рассмотрим другой способ получения формулы (I4) в общем случае нестационарной диффузии брауновских частиц. Уравнение нестационарной диффузии при одномерной задаче получится следующим образом. Диффузия происходит в направлении оси  $x$ . Концентрация частиц  $n(x, t)$  есть функция координаты  $x$  и времени  $t$ . Выделим пластинку с площадью  $\Delta S$ , перпендикулярную потоку, толщиной  $dx$ . Концентрация на гранях пластинки  $n(x, t)$  и  $n(x+dx, t)$  соответственно. За время  $dt$  через правую грань выйдет число частиц

$$dN(x+dx, t) = -D \frac{\partial n(x+dx, t)}{\partial x} \Delta S dt, \quad (I5)$$

через левую грань войдет

$$dN(x, t) = -D \frac{\partial n(x, t)}{\partial x} \Delta S dt. \quad (I6)$$

За время  $dt$  из слоя пластинки выйдет количество частиц:

$$D \Delta S dt \left\{ \frac{\partial n(x, t)}{\partial x} - \frac{\partial n(x+dx, t)}{\partial x} \right\} = d^2 N, \quad (I7)$$

которое должно равняться убыли числа частиц в рассматриваемой пластинке

$$d^2 N = - \frac{\partial n(x, t)}{\partial t} dt \Delta S dx, \quad (I8)$$

Приравнивая выражения (I8) и (I7) получим

$$-\frac{\partial n}{\partial t} dt \Delta s dx = -D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} dx \cdot \Delta s dt$$

или

$$D \frac{\partial^2 n(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial n(x,t)}{\partial t} \quad (19)$$

Это уравнение диффузии (19) можно удовлетворить функцией

$$n(x,t) = \frac{N}{\sqrt{4\pi Dt}} \cdot e^{-\frac{(x-x_0)^2}{4Dt}}, \quad (20)$$

в чем можно убедиться дифференцированием. При  $t = 0$ ,  $n$  отличается от нуля только при  $x = x_0$ . Решение (20) представляет диффузионный поток частиц, рассеивающихся из точки  $x = x_0$ , где при  $t = 0$  сосредоточены все частицы  $N$ . Постоянная в (20) определена из условия заданного числа частиц

$$\int_{-\infty}^{+\infty} n(x,t) dx = N. \quad (21)$$

Определяем среднее значение квадрата смещения

$$\langle (x-x_0)^2 \rangle = \frac{1}{N} \int_{-\infty}^{+\infty} n(x,t) (x-x_0)^2 dx. \quad (22)$$

Подставляя формулу для  $n(x, t)$  получим результат

$$\langle (x-x_0)^2 \rangle = 2Dt. \quad (23)$$

Воспользовавшись известным соотношением между средним квадратом отклонения и подвижностью  $B$ , получим  $D = B k T$ . Таким образом, из положения  $x_0$  в положение  $x$ ,  $x+dx$  за время  $t$  брауновская частица попадает с плотностью вероятности



$$W(x_0, x, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left\{-\frac{(x-x_0)^2}{4Dt}\right\}. \quad (24)$$

5. У Смолуховского рассматривается движение брауновской частицы, подверженной действию беспорядочных толчков в вязкой среде и одновременно испытывающей действие квазиупругой силы [5, 15, II, 12]. Моделью такого движения может быть движение материальной весомой частицы, подвешенной на тонкой кварцевой нити. Изложение теории Смолуховского для брауновского вибратора в некоторых местах будет развито подробно для уяснения метода.

Пусть на частицу действует постоянная сила  $\mathcal{F}$ , имеющая направление оси  $x$ . Скорость  $v$  установившегося вязкого движения этой частицы пропорциональна подвижности  $B$  и величине силы

$$v = B\mathcal{F}. \quad (25)$$

Считая время установления скольжения малым, можно сложить движение, вызванное постоянной силой и брауновским движением. Путь, пройденный от хаотических толчков, окажется равным  $x - B\mathcal{F}t$ . В поле сил вибратора, на бесконечно малом участке  $dx$  силу можно считать постоянной. Вероятность того, что частица с координатой  $x = x_0$  в момент  $t = 0$  окажется к моменту времени  $t$  в интервале  $x, x + dx$ , равна

$$Wdx = \frac{dx}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left\{-\frac{(x-x_0-B\mathcal{F}t)^2}{4Dt}\right\}. \quad (26)$$

Данную вероятность можно представить как сумму вероятностей перехода через все промежуточные положения  $x = \xi$ . Рассматривается вероятность  $dW_1$  перехода из  $x_0$  в интервал  $\xi, \xi + d\xi$  за время  $\theta$  и вероятность  $dW_2$  перехода из положения  $\xi$  в интервал  $x, x + dx$  за оставшееся время  $t - \theta$ . Произведение этих вероятностей равно

$$dW/dW_2 = W(x_0, \xi, \theta) d\xi W(\xi, x, t-\theta) dx. \quad (27)$$

Суммируя по  $\xi$  получим

$$W(x_0, x, t) dx = dx \int_{-\infty}^{+\infty} W(x_0, \xi, \theta) W(\xi, x, t-\theta) d\xi. \quad (28)$$

Дальнейший план следующий. Разобьем полное время на большое число элементарных промежутков  $\tau$ , таких, что

$$t = m\tau. \quad (29)$$

За элементарный промежуток  $\tau$  можно считать силу постоянной и для квазиупругой силы вибратора принять постоянное значение, соответствующее началу промежутка

$$F = -\lambda x,$$

где под  $x$  понимается конкретное начало интервала. Смещение за время  $\tau$  равно  $-B\lambda x\tau$ .

Рассмотрим случай

$$t = 2\tau, \quad \theta = \tau, \quad t - \theta = \tau.$$

Имеем

$$W(x_0, x, 2\tau) = \frac{1}{4\pi 2\tau} \int \exp \left\{ -\frac{(\xi - x_0 + B\lambda x\tau)^2 + (x - \xi + B\lambda \xi\tau)^2}{4 2\tau} \right\} d\xi. \quad (30)$$

Числитель экспоненты можно преобразовать

$$(\xi - x_0\sigma)^2 + (x - \xi\sigma)^2 = \left[ \xi \sqrt{1+\sigma^2} - \frac{(x+x_0)\sigma}{\sqrt{1+\sigma^2}} \right]^2 + \frac{[x - x_0\sigma^2]^2}{1+\sigma^2}, \quad (31)$$

где  $\sigma$  обозначена согласно формуле (36). Для сокращения записи введем величину  $\delta$  :

$$\delta = \frac{(x+x_0)\sigma}{\sqrt{1+\sigma^2}}, \quad (32)$$

тогда

$$W(x_0, x, 2\tau) = \frac{1}{4\pi D\tau} \exp\left\{-\frac{[x-x_0\sigma^2]^2}{4D\tau(1+\sigma^2)}\right\} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{-\frac{[\xi\sqrt{1+\sigma^2}-\delta]^2}{4D\tau}\right\} d\xi. \quad (33)$$

Вводя переменную

$$z = \frac{\xi\sqrt{1+\sigma^2}-\delta}{4D\tau}, \quad (34)$$

интеграл сводится к известному несобственному интегралу вида

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-z^2} dz = \sqrt{\pi}.$$

Проделав вычисления, получим

$$W(x_0, x, 2\tau) = \frac{1}{2\sqrt{\pi D\tau}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\sigma^2}} \cdot \exp\left\{-\frac{[x-x_0\sigma^2]^2}{4D\tau(1+\sigma^2)}\right\}, \quad (35)$$

где  $\sigma = 1 - B\Delta\tau. \quad (36)$

Увеличим время наблюдения на один интервал

$$t = 3\tau, \quad \theta = 2\tau, \quad t - \theta = \tau.$$

Вероятности для промежутков известны

$$W(x_0, \xi, 2\tau) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi\tau}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\sigma^2}} \cdot \exp\left\{-\frac{[\xi - x_0\sigma^2]^2}{4\tau(1+\sigma^2)}\right\},$$

$$W(\xi, x, \tau) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi\tau}} \exp\left\{-\frac{(x - \xi\sigma)^2}{4\tau}\right\}. \quad (37 \text{ а, в})$$

Получим  $W(x_0, x, 3\tau) = \frac{1}{4\pi 3\tau} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\sigma^2}} \cdot$

$$\exp\left\{-\frac{[\xi - x_0\sigma^2]^2 + (x - \xi\sigma)^2(1+\sigma^2)}{4\tau(1+\sigma^2)}\right\}. \quad (38)$$

Проводя аналогичные преобразования числителя экспоненты, получим

$$\begin{aligned} & (\xi - x_0\sigma^2)^2 + (x - \xi\sigma)^2(1+\sigma^2) = \\ & = \left[\sqrt{1+\sigma^2+\sigma^4} \xi - \frac{x_0\sigma^2 + x\sigma(1+\sigma^2)}{\sqrt{1+\sigma^2+\sigma^4}}\right]^2 + \frac{(1+\sigma^2)(x - x_0\sigma^3)^2}{1+\sigma^2+\sigma^4}. \end{aligned} \quad (39)$$

Вычисляем вероятность

$$W(x_0, x, 3\tau) = \frac{1}{4\pi 3\tau} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\sigma^2}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{4\tau} \cdot \frac{(x - \sigma^3 x_0)^2}{1+\sigma^2+\sigma^4}\right].$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{1}{4\mathcal{D}\tau} \cdot \frac{1}{1+\sigma^2} \left(\sqrt{1+\sigma^2+\sigma^4} \cdot \xi - \frac{x_0\sigma^2 + x\sigma(1+\sigma^2)}{\sqrt{1+\sigma^2+\sigma^4}}\right)^2\right] d\xi. \quad (40)$$

Обозначим

$$u = \frac{1}{2\sqrt{\mathcal{D}\tau}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\sigma^2}} \left( \sqrt{1+\sigma^2+\sigma^4} \cdot \xi - \frac{x_0\sigma^2 + x\sigma(1+\sigma^2)}{\sqrt{1+\sigma^2+\sigma^4}} \right). \quad (41)$$

Тогда (40) запишем в виде

$$\begin{aligned} W(x_0, x, 3\tau) &= \frac{1}{4\mathcal{D}\pi x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\sigma^2}} \cdot \frac{2\sqrt{\mathcal{D}\tau} \sqrt{1+\sigma^2}}{\sqrt{1+\sigma^2+\sigma^4}} \cdot \\ &\quad \cdot \exp\left[-\frac{1}{4\mathcal{D}\tau} \cdot \frac{(x-x_0\sigma^3)^2}{1+\sigma^2+\sigma^4}\right] \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2} du = \\ &= \frac{1}{\sqrt{4\pi\mathcal{D}\tau}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\sigma^2+\sigma^4}} \exp\left[-\frac{1}{4\mathcal{D}\tau} \cdot \frac{(x-x_0\sigma^3)^2}{1+\sigma^2+\sigma^4}\right]. \end{aligned} \quad (42)$$

Следующая ступень состоит в продвижении еще на интервал  $\tau$ . Полагая  $t = 4\tau$ ,  $\theta = 3\tau$ ,  $t - \theta = \tau$ , имеем для вероятностей

$$W(x_0, \xi, 3\tau) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi\tau}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\sigma^2+\sigma^4}} \exp\left[-\frac{1}{4\tau} \frac{(\xi - x_0\sigma^3)^2}{(1+\sigma^2+\sigma^4)}\right]$$

$$W(\xi, x, \tau) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi\tau}} \exp\left[-\frac{(x - \xi\sigma)^2}{4\tau}\right]. \quad (43)$$

Выполнив аналогичные громоздкие вычисления, найдем

$$W(x_0, x, 4\tau) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi\tau}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\sigma^2+\sigma^4+\sigma^6}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{4\tau} \cdot \frac{(x - x_0\sigma^4)^2}{1+\sigma^2+\sigma^4+\sigma^6}\right] \quad (44)$$

Обобщим выражение вероятности на случай  $t = m\tau$ :

$$W(x_0, x, m\tau) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi\tau}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\sigma^2+\dots+\sigma^{2(m-1)}}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{4\tau} \cdot \frac{(x - x_0\sigma^m)^2}{1+\sigma^2+\dots+\sigma^{2(m-1)}}\right]. \quad (45)$$

Переходим в выражении (45) к пределу  $\tau \rightarrow 0$ ,  $m \rightarrow \infty$ , так что

$$m\tau = t = \text{const}. \quad (46)$$

Заметив, что

$$1 + \sigma^2 + \dots + \sigma^{2(m-1)} = \frac{\sigma^{2m} - 1}{\sigma^2 - 1} \quad (47)$$

Пределы суть [16]

$$\begin{aligned} \lim_{m \rightarrow \infty} \sigma^m &= \lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{B\Delta t}{m}\right)^m = e^{-B\Delta t}, \\ \lim_{m \rightarrow \infty} (\sigma^{2m} - 1) &= e^{-2B\Delta t} - 1, \end{aligned} \quad (48)$$

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} (\sigma^2 - 1) = (1 - B\Delta\tau)^2 - 1 = -2B\Delta\tau \dots \quad (49)$$

Представляя эти предельные значения (48) и (49) в формулу вероятности (45), получим

$$\begin{aligned} W(x_0, x, t) &= \\ &= \sqrt{\frac{B\Delta}{2D\pi}} \cdot \frac{\exp\left[-\frac{B\Delta}{2D} \cdot \frac{(x - x_0 e^{-B\Delta t})^2}{1 - e^{-2B\Delta t}}\right]}{\sqrt{1 - e^{-2B\Delta t}}} \cdot \end{aligned} \quad (50)$$

Обозначим

$$\omega = \sqrt{\frac{B\lambda}{2D}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - e^{-2B\lambda t}}} = \sqrt{\frac{\lambda}{2kT}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - e^{-2B\lambda t}}} \quad (51)$$

Тогда искомая вероятность запишется кратко

$$W(x_0, x, t) = \frac{\omega}{\sqrt{\pi}} e^{-\omega^2(x - x_0 e^{-B\lambda t})^2}, \quad (52)$$

где зависимость от  $t$  сохраняется через  $\omega$ .

Получена общая формула Смолуховского [11, 12].

6. Пусть наблюдение происходит в короткий промежуток  $t \rightarrow 0$ . Тогда

$$1 - e^{-2B\lambda t} = 2B\lambda t \dots$$

$$e^{-B\lambda t} = 1 \dots$$

и для вероятности получим

$$W(x_0, x, t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi kT B t}} e^{-\frac{(x - x_0)^2}{4kT B t}}, \quad (53)$$

что, учитывая (13), совпадает с выражением вероятности для брауновского движения свободной частицы (24). Действие силы за короткий промежуток не сказывается на брауновском движении. Отметим, что для малых промежутков времени  $t$  вероят-



ность (53) симметрична относительно  $x_0$ , поэтому в начальные моменты вероятность отклонения от  $x_0$  в сторону увеличения  $x$  или уменьшения  $x$  одинакова, т.е. движение вибратора обратимо. Перейдем теперь к неограниченному промежутку времени.

Для  $t \rightarrow \infty$ ,  $e^{-2B\lambda t} \rightarrow 0$  и, следовательно,

$$W(x_0, x, t) = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi kT}} \cdot e^{-\frac{\lambda}{2kT} x^2} \quad (54)$$

Вероятность смещения частицы из  $x_0$  в область  $x$ ,  $x + dx$  за длительный промежуток времени не зависит от начального значения  $x_0$ . Подставляя в общую формулу (52)  $x = x_0$ , определим вероятность восстановления начального положения частицы

$$W(x_0, x_0, t) = \frac{\omega}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-\omega^2 x_0^2 (1 - e^{-B\lambda t})^2} \quad (55)$$

Перейдем к определению средних значений. Определим среднее значение величины

$$s = x - x_0 e^{-B\lambda t}$$

$$\langle s \rangle = \frac{\omega}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\omega^2 s^2} s ds = 0. \quad (56)$$

Следовательно,

$$\langle (x - x_0 e^{-B\lambda t}) \rangle = \langle x \rangle - x_0 e^{-B\lambda t}, \quad (57)$$

откуда

$$\langle x \rangle = x_0 e^{-B\lambda t} \quad (58)$$

формула (58) показывает необратимый ход процесса, среднее значение отклонения постепенно убывает при  $t \rightarrow \infty$  до нуля, что соответствует состоянию равновесия. При  $t \rightarrow 0$   $\langle x \rangle = x_0$ , то есть отклонения от  $x_0$  в ту и другую стороны равновероятны, движение обратимо.

Определим среднее значение  $\langle s^2 \rangle$  :

$$\langle s^2 \rangle = \frac{\omega}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\omega^2 s^2} s^2 ds = \frac{\omega}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\partial}{\partial \omega^2} \left( \frac{\sqrt{\pi}}{\omega} \right) = \frac{1}{2\omega^2} = \frac{kT}{\alpha} (1 - e^{-2B\alpha t}). \quad (59)$$

Раскрывая  $s^2$

$$\begin{aligned} \langle (x - x_0 e^{-B\alpha t})^2 \rangle &= \langle x^2 \rangle - 2\langle x \rangle x_0 e^{-B\alpha t} + x_0^2 e^{-2B\alpha t} = \\ &= \frac{kT}{\alpha} (1 - e^{-2B\alpha t}). \end{aligned} \quad (60)$$

Учитывая (58), найдем из (60)

$$\langle x^2 \rangle = (x_0 - \frac{kT}{\alpha}) e^{-2B\alpha t} + \frac{kT}{\alpha}. \quad (61)$$

При  $t \rightarrow \infty$

$$\langle x^2 \rangle = \frac{kT}{\alpha} = l^2, \quad (62)$$

поэтому

$$W(x_0, x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \langle x^2 \rangle}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\langle x^2 \rangle}}. \quad (63)$$

Из (63) следует, что при неограниченном возрастании времени вероятность больших отклонений  $x$  исключительно мала, но не равна нулю.

Из (61) следует

$$\langle x^2 \rangle = \ell^2 + (x_0^2 - \ell^2) e^{-2B\lambda t}, \quad (64)$$

где  $\ell^2$  - средний квадрат смещения частицы при неограниченном наблюдении. Из (64) следует, что при  $x_0 < \ell$  средний квадрат смещения  $\langle x^2 \rangle$  увеличивается со временем, приближаясь к значению  $\ell^2$ , а при  $x_0 > \ell$  средний квадрат смещения уменьшается, приближаясь к равновесному значению  $\ell^2$ . Во всех случаях вибратор стремится к равновесному состоянию, при котором энтропия системы с вибратором максимальная.

Найдём

$$\begin{aligned} \langle (x - x_0)^2 \rangle &= \langle x^2 \rangle - 2\langle x \rangle x_0 + x_0^2 = \\ &= \frac{kT}{\lambda} (1 - e^{-2B\lambda t}) + x_0^2 (1 - e^{-B\lambda t})^2. \end{aligned}$$

При  $t \rightarrow 0$  получим

$$\langle (x - x_0)^2 \rangle = \frac{kT}{\lambda} 2B\lambda t = 2\mathcal{Q}t.$$

При малых промежутках  $t$  отклонение вибратора равновероятно в сторону увеличения и в сторону уменьшения, броуновское движение обратимо.

Представим ансамбль одинаковых вибраторов в вязкой среде с одинаковыми  $x_0$ . Из общего числа вибраторов  $N$  часть  $\Delta N$  за время  $t$  окажется с координатой  $x < x_0$ :

$$\frac{\Delta N}{N} = \int_{-\infty}^{x_0} W(x_0, x, t) dx. \quad (65)$$

Количество  $\Delta N_+$  вибраторов с  $x > x_0$  запишется

$$\frac{\Delta N_+}{N} = \int_{x_0}^{\infty} W(x_0, x, t) dx. \quad (66)$$

Будем интересоваться временем  $t$ , в течение которого  $\Delta N_-$  превышает  $\Delta N_+$  в  $q$  раз, называя такое время условным временем "релаксации":

$$\Delta N_- = q \Delta N_+, \quad (67)$$

или выражая через интегральные вероятности

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\omega^2 s^2} ds = q \int_{s_0}^{\infty} e^{-\omega^2 s^2} ds. \quad (68)$$

Полагая

$$\omega s = \frac{1}{\sqrt{2}} \tau \quad (69)$$

можно это условие (68) записать

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\tau_0} e^{-\frac{1}{2}\tau^2} d\tau = \frac{q}{2\pi} \int_{\tau_0}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\tau^2} d\tau = q \left\{ 1 - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\tau_0} e^{-\frac{1}{2}\tau^2} d\tau \right\} \quad (70)$$

или

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\tau_0} e^{-\frac{1}{2}\tau^2} d\tau = \mathcal{P}(\tau_0) = \frac{q}{1+q}, \quad (71)$$

где  $\mathcal{P}(\tau_0)$  - табулированная функция нормального распределения [17]. Уравнение (71) имеет решение

$$\tau_0 = f\left(\frac{q}{1+q}\right), \quad (72)$$

где  $f$  - функция, заданная уравнением (71). Исходя из найденного по (72), (71) значению  $\tau_0$  найдем, учитывая (69), (56) (51), (62)

$$t_{rel} = \frac{1}{B\mathcal{L}} \cdot \ln \frac{1 + \left(\frac{\mathcal{L}\tau_0}{x_0}\right)^2}{1 - \left(\frac{\mathcal{L}\tau_0}{x_0}\right)^2}, \quad (73)$$

что при малых значениях  $\frac{\mathcal{L}\tau_0}{x_0} \ll 1$  можно разложить в ряд и записать в виде

$$t_{rel} = \frac{2}{B\mathcal{L}} \left(\frac{\mathcal{L}\tau_0}{x_0}\right)^2. \quad (74)$$

Из формул (73), (74) видно, что, чем больше начальное отклонение  $x_0$ , чем более "аномально" начальное "неравновесное состояние", тем меньше время релаксации".

8. Из представленного материала в лекционном изложении громоздкие выводы не могут быть проведены. Поэтому ознакомление с теорией Смолуховского может состоять в ссылке на метод определения вероятностей и в основном в обсуждении ре-

зультатов теории Смолуховского, начиная с формулы (50). Выводы из этой формулы представляют большой интерес<sup>\*</sup>. Математическая часть до формулы (50) представляет самостоятельный интерес и может быть предложена для разбора сильным студентам. Им же можно предложить найти пренебрежения и неточности в предположениях Теории Смолуховского.

### Литература

1. A. Einstein. - *Annalen der Physik*, 1906. 79, 371.
2. M. Smoluchowski. - *Annalen der Physik*, 1906, 21, 756.
3. J. Perrin. *Les atomes*. Paris, F. Alcan, 1914.
4. A. Westgren. - *Zeitschrift für Physikalische Chemie*, 1915, 89, 63.
5. Брауновское движение. Сборник статей А. Эйнштейна и М. Смолуховского. Под ред. Б.И. Давыдова. ОНТИ, 1936.
6. Кикоин А.К., Кикоин И.К. Молекулярная физика. М., 1976.
7. Сивухин Д.В. Общий курс физики, П. М., 1975.
8. I. Piir. *Termodünaamika ja statistiline füüsika*. III. Tartu, 1963.
9. Киттель Ч.. Элементарная статистическая физика. М., 1960.
10. Левич В.Г. Курс теоретической физики. I. М., 1969.
11. Тимирязев А.К. Кинетическая теория материи. М.-Л., 1933.
12. Ансельм А.И. Основы статистической физики и термодинамики. 1973.
13. M. Smoluchowski. - *Physikalische Zeitschrift*, 1916, 17, 585.
14. M. Smoluchowski. - *Physikalische Zeitschrift*, 1912, 13, 1059.
15. M. Smoluchowski. *Abhandlungen über die Brownche Bewegung und verwandte Erscheinungen*. Ostwalds Klassiker der exakten Naturwissenschaften, Bd. 207.
16. G. Kangro. *Matemaatiline analüüs*. Tln., 1965, 105-106.
17. Gerst Maibaum. *Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Berlin, 1971, 184.

---

<sup>\*</sup> Конечно, здесь представлена только часть из выводов, связанных с формулой (50). В эту формулу входят явно еще свойства среды  $T$ ,  $B$ ,  $\mathcal{Q}$  и свойства квазиупругой системы  $\mathcal{L}$ . В разделе термодинамики вероятность может быть связана с энтропией, при этом опять получены ценные выводы.

## К МЕТОДИКЕ ИЗЛОЖЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ОСНОВНЫХ ПОНЯТИЙ ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМА В КУРСЕ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

Р.-К.Р. Лойде, Р.Р. Паккас, П.А. Суурварик

I. В данной статье мы рассмотрим некоторые вопросы изложения основных понятий электромагнетизма в курсе общей физики втузов. Основными понятиями, характеризующими электромагнитное поле, являются, как известно, напряженность электрического поля  $\vec{E}$  и магнитная индукция  $\vec{B}$ . Для описания поля в веществе применяются еще вспомогательные векторы электрической индукции  $\vec{D}$  и напряженности магнитного поля  $\vec{H}$ .

При изучении электричества студентам зачастую остается непонятным физический смысл этих понятий, особенно векторов  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$ . В некоторой степени виновны в этом и имеющиеся учебники, где при изложении магнетизма допускается непоследовательное оперирование векторами  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$ . Примером этого является описание магнитного поля в диа- и парамагнетиках, где намагниченность вещества  $\vec{M}$  принято связывать с напряженностью магнитного поля, а не с магнитной индукцией

$$\vec{M} = \chi \vec{H}, \quad (1)$$

где  $\chi$  - магнитная восприимчивость вещества.

С физической точки зрения более логично связывать намагниченность с магнитной индукцией формулой (все формулы выписаны в единицах системы СИ)

$$\vec{M} = \frac{\chi_m}{\mu_0} \vec{B} \quad (2)$$

и называть  $\chi_m$  магнитной восприимчивостью вещества. Как будет показано в пункте 3, этим достигается аналогия с изложе-

нием электрического поля в диэлектриках и подчеркивается фундаментальная роль вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  как аналога вектора  $\vec{E}$ . Вектор поляризации  $\vec{P}$  в однородных диэлектриках, как известно, связан с напряженностью электрического поля  $\vec{E}$  формулой

$$\vec{P} = \chi_e \epsilon_0 \vec{E}, \quad (3)$$

где  $\chi_e$  - диэлектрическая восприимчивость вещества.

Намагниченность  $\vec{M}$  связывается с  $\vec{H}$  формулой (1) и в основных учебниках для втузов [1, 2]. Объясняется эта связь просто традицией. Что касается формулы (2), то она не нова, а приведена, например, в Берклеевском курсе физике [3]. Формула (2) приведена и в более старом учебнике Тамма [4, с.295].

Крайне ограниченное число часов (примерно 30 часов лекционного времени), отводимое на электричество в курсе общей физики втузов, требует очень четкого и логичного изложения курса. Поэтому при изложении электричества следует, по нашему мнению, как можно больше оперировать величинами  $\vec{E}$ ,  $\vec{P}$ ,  $\vec{B}$  и  $\vec{M}$ , физический смысл которых легко понятен. Вспомогательным векторам  $\vec{D}$  и  $\vec{H}$  особого внимания уделять не следует, поскольку они прямого физического смысла не имеют. В пунктах 2 и 3 мы увидим, что при рассмотрении полей в изотропных диэлектриках и в диа- и парамагнетиках введение векторов  $\vec{D}$  и  $\vec{H}$  необязательно. Векторы  $\vec{D}$  и  $\vec{H}$  полезны в теоретической физике, так как они упрощают запись многих уравнений.

Что касается непоследовательности при оперировании величинами  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$ , то здесь несколько причин. Одна из причин исторического характера. После создания теории электромагнитного поля аналогом напряженности электрического поля  $\vec{E}$  считался вектор  $\vec{H}$ , который получил соответственно название напряженности магнитного поля. Лишь позднее было выяснено, что силовой характеристикой магнитного поля является магнитная индукция  $\vec{B}$  (обсуждение экспериментального исследования этого вопроса см. в [5, с. 144, 145]). Другой причиной можно считать применение системы Гаусса, где  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$  имеют одинаковую размерность. Поэтому при рассмотрении полей в вакууме можно обе величины считать равноправными характеристиками



поля. Обычно предпочитают при этом использовать вектор  $\vec{H}$ . При рассмотрении магнитного поля в веществе макроскопическое поле называют магнитной индукцией и определяют как среднее значение микроскопического поля:  $\vec{B} = \langle \vec{H}_{\text{микро}} \rangle$  (см. напр. [4, с. 290]). Напряженность магнитного поля связана с индукцией формулой  $\vec{H} = \vec{B} - 4\pi \vec{M}$ . Поскольку  $\vec{E}$  определяется как  $\vec{E} = \langle \vec{E}_{\text{микро}} \rangle$ , то видно, что аналогами являются векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$ . Так как в системе СИ  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$  имеют разную размерность, то их следует различать уже с самого начала.

В данной статье мы рассмотрим описание поля в диа- и парамагнетиках, используя формулу (2). Чтобы показать аналогию со случаем диэлектриков, мы сперва рассмотрим описание электрического поля в диэлектриках.

2. Рассмотрим самый простой случай - изотропный диэлектрик в однородном электрическом поле (рис. 1). Поле создано

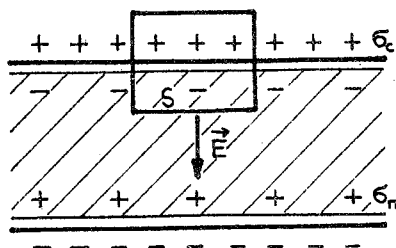


Рис. 1.

бесконечным плоским конденсатором с плотностью поверхностного заряда  $\sigma_c$  (свободные заряды). Объем между плоскостями заполнен диэлектриком. Поляризация диэлектрика характеризуется вектором поляризации  $\vec{P}$ .

Плотность поляризационных зарядов  $\sigma_n$  равна

$$\sigma_n = -P. \quad (4)$$

Связь между вектором поляризации и напряженностью электрического поля можно давать формулой (3). Формулу (3) надо

рассматривать как опытный факт, причем  $\vec{E}$  — это действительное поле в диэлектрике.

Для нахождения электрического поля в диэлектрике применим теорему Гаусса, учитывая как свободные, так и поляризационные заряды. Из теории Гаусса мы для замкнутой поверхности, изображенной на рис. 1, получим

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{n} dS \equiv ES = \frac{(\sigma_c + \sigma_n)S}{\epsilon_0}.$$

Отсюда

$$E = \frac{\sigma_c + \sigma_n}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_c - P}{\epsilon_0}. \quad (5)$$

В последнем равенстве применено соотношение (4). Подставляя из (3)  $P = \chi_e \epsilon_0 E$ , получим для напряженности в диэлектрике формулу

$$E = \frac{\sigma_c}{\epsilon \epsilon_0}, \quad (6)$$

где диэлектрическая проницаемость вещества  $\epsilon$  выражается формулой

$$\epsilon = 1 + \chi_e. \quad (7)$$

Без диэлектрика напряженность между плоскостями  $E_0$  равна

$$E_0 = \frac{\sigma_c}{\epsilon_0}. \quad (8)$$

Сравнивая это с (6), получим

$$E = \frac{E_0}{\epsilon}, \quad (9)$$

т.е. напряженность в диэлектрике уменьшается в  $\epsilon$  раз.

Здесь надо отметить, что при выводе формулы (6) можно обойтись и без теоремы Гаусса, применяя формулу для вычисления напряженности между равномерно заряженными плоскостями, учитывая все заряды. Использование теоремы Гаусса иллюстрирует просто применение одного основного уравнения электромагнитного поля.

На основе предыдущего примера можно пояснить, что состояние поляризованного вещества в макроскопическом поле полностью характеризуется заданием вектора поляризации  $\vec{P}$ . Для нахождения результирующего поля надо знать связь между  $\vec{P}$  и  $\vec{E}$ . При этом введение вектора индукции  $\vec{D}$  не обязательно.

Вектор электрической индукции определяется соотношением

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \quad (I0)$$

Из формулы (I0) видно, что вспомогательный вектор  $\vec{D}$  прямого физического смысла не имеет, поскольку вектор  $\vec{D}$  представляет собой сумму двух совершенно различных физических величин.

Электрическая индукция имеет простую интерпретацию только в случае изотропного диэлектрика, заполняющего все участки пространства, в которых вектор  $\vec{E}$  не равен нулю. Но в этом случае между  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$  имеется простая связь

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}, \quad (II)$$

так что введение вектора  $\vec{D}$  в сущности ничего нового не дает.

Понятие вектора индукции  $\vec{D}$  очень удобно и полезно в теоретической физике, поскольку оно упрощает запись многих основных уравнений. В курсе общей физики, по нашему мнению, следует возможно больше оперировать физическими величинами  $\vec{E}$  и  $\vec{P}$ , а более глубокое рассмотрение вектора  $\vec{D}$  оставлять на специальные курсы.

3. Теперь рассмотрим описание магнитного поля в диа- и парамагнетиках, имея в виду описание поля в диэлектриках. Рассмотрим опять самый простой случай - однородный магнетик в однородном магнитном поле (рис. 2). Поле создано бесконечным соленоидом с числом витков на единицу длины  $n$  и силой тока  $I_c$  (свободный ток). Внутренность соленоида заполнена диа- или парамагнетиком. Намагниченность магнетика характеризуется вектором намагничивания  $\vec{M}$ .

Намагниченность магнетика можно феноменологически описывать появлением тока намагничивания  $\vec{I}_m$  на поверхности магнетика, причем сила тока намагничивания на единицу длины со-

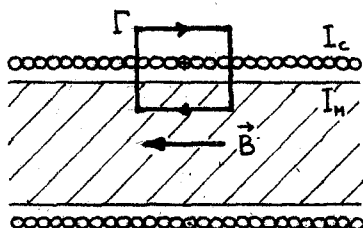


Рис. 2.

леноида равна

$$\frac{dI_m}{dt} = M. \quad (I2)$$

Связь между вектором намагничивания  $\vec{M}$  и магнитной индукцией  $\vec{B}$  можно аналогично случаю диэлектриков давать в виде

$$\vec{M} = \frac{\chi_m}{\mu_0} \vec{B}, \quad (I3)$$

где  $\chi_m$  - магнитная восприимчивость магнетика. Соотношение (I3) можно опять рассматривать как опытный факт, причем  $\vec{B}$  - это действительное поле в магнетике. Для диамагнетиков  $\chi_m < 0$ , а для парамагнетиков  $\chi_m > 0$  (у диэлектриков всегда  $\chi_e > 0$ ).

Для нахождения поля в магнетике применим теорему о циркуляции вектора  $\vec{B}$  (называемой иногда законом Ампера), учитывая полный ток через контур. Теорема о циркуляции играет такую же роль в магнитостатике, как теорема Гаусса в электростатике. Из теоремы о циркуляции мы для контура  $\Gamma$ , изображенного на рис. 2, получим

$$\oint \vec{B} d\vec{r} \equiv Bl = \mu_0 (nI_c + I_m^\Gamma), \quad (I4)$$

где  $I_m^\Gamma$  ток намагничивания сквозь контур  $\Gamma$ . Из формулы (I2)

$$I_m^\Gamma = Ml. \quad (I5)$$

Поэтому из (I4) и (I5)

$$B = \mu_0 (n I_c + M). \quad (I6)$$

Подставляя из (I3)  $M = \frac{\chi_m}{\mu_0} B$ , получим для индукции в магнетике выражение

$$B = \mu \mu_0 n I_c, \quad (I7)$$

где магнитная проницаемость вещества  $\mu$  выражается формулой

$$\mu = \frac{1}{1 - \chi_m}. \quad (I8)$$

Для диамагнетиков  $\mu < 1$ , а для парамагнетиков  $\mu > 1$ .

Без магнетика индукция в соленоиде равняется

$$B_0 = \mu_0 n I_c. \quad (I9)$$

Сравнивая это с (I7), получим

$$B = \mu B_0, \quad (20)$$

т.е. индукция в магнетике меняется в  $\mu$  раз.

Как мы видели, здесь достигается довольно большая аналогия с диэлектриками. Кроме того, мы все время оперировали только физическими величинами  $\vec{B}$  и  $\vec{M}$ , не прибегая к вспомогательному вектору  $\vec{H}$ . Такая параллель с диэлектриками, по нашему мнению, с физической точки зрения более логична, чем общепринятый вывод.

Связывая по общепринятому методу  $\vec{M}$  с  $\vec{H}$  по формуле (1), мы получили бы для  $\mu$  выражение

$$\mu = 1 + \chi. \quad (21)$$

Поскольку для диа- и парамагнетиков как  $|\chi| \ll 1$ , так и  $|\chi_m| \ll 1$ , то мы из (I8) получим

$$\mu = \frac{1}{1 - \chi_m} \approx 1 + \chi_m, \quad (22)$$

так что  $\chi \simeq \chi_m$ . Поэтому для восприимчивости  $\chi_m$  можно использовать общепринятые табличные значения.

Отдельного объяснения в случае магнетиков требует механизм намагничивания магнетиков. В данной статье мы этого вопроса рассматривать не будем, поскольку он требует привлечения квантовых понятий и поэтому остается в стороне от основной темы нашей статьи.

4. Вектор напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  определяется соотношением

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M}. \quad (23)$$

Для вектора  $\vec{H}$  справедливы те же соображения, что и для вектора  $\vec{D}$ , он представляет собой вспомогательную величину, так как складывается из двух различных физических величин.

Для диа- и парамагнетиков мы из (13) и (23) получим стандартное соотношение между  $\vec{H}$  и  $\vec{B}$ :

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu\mu_0} \vec{B}, \quad (24)$$

так что определение  $\vec{H}$  и  $\mu$  не отличается от общепринятого.

Введение вектора  $\vec{H}$  необходимо при стандартном изложении простейших свойств ферромагнетиков, поскольку экспериментально легче исследовать зависимость между  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$ , чем между  $\vec{M}$  и  $\vec{B}$ . Это связано с тем, что для простых конфигураций токов (соленоид, тороид) легко найти  $\vec{H}$ , так как он связан со свободными токами. В этом смысле вспомогательный вектор  $\vec{H}$  более полезен, чем  $\vec{D}$ .

В заключение несколько замечаний терминологического характера. Во-первых, общепринятые названия векторов  $\vec{E}$ ,  $\vec{D}$ ,  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$  затрудняют понимание физического смысла этих векторов, особенно в случае магнитного поля. Переименовать вектор  $\vec{B}$  в напряженность магнитного поля, видимо, нецелесообразно и поэтому в некоторых новых учебниках, как, например, в Берклевском курсе физики [3] и в Фейнмановских лекциях по физике [6] приняты названия электрическое поле  $\vec{E}$  и магнитное поле  $\vec{B}$ . Этим достигается сходство названий векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$ . Во-

вторых, из вышеприведенных формул видно, что аналогом диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  является не  $\mu$ , а  $\mu^{-1}$ . Поэтому для достижения большей аналогии между основными величинами следовало бы ввести  $\mu' = \frac{1}{\mu}$  и  $\mu'_0 = \frac{1}{\mu_0} = \epsilon_0 c^2$  и называть их соответственно магнитной проницаемостью вещества и магнитной постоянной.

#### Литература

1. Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики, т. II. М., Наука, 1972.
2. Савельев И.В. Курс общей физики, т. 2. М., Наука, 1978.
3. Парселл Э. Электричество и магнетизм. М., Наука, 1971.
4. Тамм И.Е. Основы теории электричества. М., ГИТТЛ, 1956.
5. Пановский В., Филипп М. Классическая электродинамика. М., ГИФМЛ, 1963.
6. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике, т. 5. М., Мир 1958.

## НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ИСТОРИИ ФИЗИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

Л.М. Тувикене

В настоящей статье уточняются некоторые факты истории физической оптики XIX века, относящиеся к применению аналитических методов, к развитию этих методов, к роли тех или других авторов, а также к вхождению данных методов в учебные пособия для высших учебных заведений.

В книге "Творцы физической оптики" [1] недостаточно освещена деятельность Г. Кирхгофа, Ф. Неймана и А. Зоммерфельда. Не смягчает этого недочета и примечание редактора книги [1, с. 3-5]. Там отмечено лишь двухтомное издание "Лекций по физической оптике" Э.Верде 2 (в оригинале "*Leçons d'Optique physique, par Verdet*", Paris 1869-70). В статье М.Клауса о Т. Юнге [1, с. 162-163] отмечена частично роль Г.Кирхгофа в создании скалярной дифракционной теории, но нет ссылки на учебник Г. Кирхгофа для высших школ [5], написанный на высоком научном уровне и содержащий 270 страниц лекций по физической оптике, прочитанных в 1879-1881 гг. в Берлинском университете. В этом учебнике изложены оригинальные и содержательные, и по сравнению с другими учебниками [2] и [6] по физической оптике того времени наиболее обоснованные аналитические методы. Автор применяет их не только в области дифракции света, но и в области отражения и преломления света в кристаллических средах, а также поглощения и дисперсии.

Исследуя теоретически поведение света на поверхности (границе) тела, Г. Кирхгоф первым показал [5, с. 33], что граница тени становится резкой при стремлении длины волны света к нулю. Проблема тени была подробнее изучена А. Зоммерфельдом [7, с. 272]. Книга [5] сохраняет свое значение до нашего времени как источник полезных методических приемов в лекционной работе по физической оптике.



В [1, с. 162-166] роль А. Зоммерфельда в дальнейшем развитии теории дифракции представлена неполно. Справедливо отмечено, что А. Зоммерфельд впервые сформулировал и решил (в 1896 г.) строгую дифракционную проблему для электромагнитного поля, а именно, задачу дифракции на бесконечно тонкой идеально проводящей полуплоскости. Однако не отражена роль А. Зоммерфельда в приведении приближенной интегральной формулы Кирхгофа через функцию Грина  $G$  к математически более корректной форме [7, с. 263]. Именно формула Кирхгофа в обычном виде позволяет вычислить амплитуду колебания света  $U$  внутри замкнутой поверхности  $\sigma$  в точке  $P$ :

$$U_P = \frac{1}{4\pi} \oint_{\sigma} \left( \frac{\partial U}{\partial n} U - U \frac{\partial U}{\partial n} \right) d\sigma, \quad (1)$$

где  $U = \frac{e^{ikr}}{r}$  ( $k$  - волновое число сферической волны,  $\vec{n}$  - внешняя нормаль к поверхности  $\sigma$ ). Практически в проблеме дифракции поверхность  $\sigma$  состоит из двух частей: прозрачного отверстия  $\sigma$  и непрозрачного экрана  $\bar{\sigma}$ . Кирхгоф предполагает, что на поверхности  $\bar{\sigma}$  приближенно выполняются граничные условия в виде:

$$U \approx 0; \quad \frac{\partial U}{\partial n} \approx 0, \quad (2)$$

в силу чего интеграл (1) берется только по отверстию  $\sigma$ , а не по всей поверхности. Условия (2) физически приемлемы, но строго математически не являются корректными. А именно, имеет место теорема Римана: если условия (2) выполнены для конечного участка поверхности  $\bar{\sigma}$ , то формула (1) дает  $U_P = 0$  во всем пространстве. Это математическое противоречие А. Зоммерфельд [7, с. 263] устраняет путем замены в формуле (1) функции  $U$  (сферической волны) функцией Грина  $G$ , приспособленной к случаю соответствующей поверхности или плоскости. Функция Грина определяется из следующих условий:

$$\left. \begin{aligned} \Delta G + k^2 G &= 0 \\ G &= 0 \text{ на поверхности } \bar{\sigma} \text{ и в отверстии } \sigma \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} G \rightarrow u, \text{ если } n \rightarrow 0 \\ n \left( \frac{\partial G}{\partial n} - ikG \right) \rightarrow 0 \text{ если } n \rightarrow \infty. \end{aligned} \right\} (3)$$

Учет этих условий в формуле (I) приводит ее к виду:

$$v_p = -\frac{1}{4\pi} \int_{\sigma} v \frac{\partial G}{\partial n} d\sigma. \quad (4)$$

В учебнике Ф. Неймана по физической оптике для высших школ [6] (на 310 страницах) материал изложен элементарнее и математически менее строго, чем в учебнике Г. Кирхгофа [5]. В оптике Ф. Неймана следует отметить, что изучение отражательной и пропускательной способности света он ведет на основе модели эфира, обладающего в различных средах постоянной плотностью, но различной упругостью. В этих предположениях Ф. Нейман вывел (1835 г.) формулы [2, т. II, с. 438]; [8, с. 52]; [9], совпадающие с известными формулами Френеля. Френель исходил, как известно, из предположения о неодинаковой плотности эфира в различных средах, что привело его к затруднениям при объяснении двойного преломления. Ф. Нейман показал, что эти трудности преодолимы, если учесть, что эфир в кристалле обладает постоянной плотностью, а его упругость зависит от направления. Теория Ф. Неймана отражения света на поверхностях кристалла изложена в [2, т. II, с. 437].

Следует еще отметить, что результаты расчета коэффициентов отражения и пропускания для системы плоских пластин названы в книге Г. Кирхгофа [5, с. 167] формулами Неймана (см. также [6, с. 245]). Аналогичная формула для коэффициента отражения дана также в [10, с. 149], но со ссылкой на работу авторов Provostaye, Desain (Ann. d. Chim. p. 159, 1850). Однако эту работу нам не удалось идентифицировать.

Книга Э. Верде [2] является самым объемистым учебным пособием по физической оптике XIX века. Двухтомное издание на немецком языке [2] содержит примерно 1000 страниц, при этом имеет очень подробный и обстоятельный перечень литературы в конце каждой главы. По некоторым узким вопросам физической оптики излагается нередко несколько оригинальных методов

разных авторов. Например, для вычисления основного интеграла дифракции Френеля приведены, кроме метода Френеля, еще методы Кнохенгауэра, Коши и Гильберта. Поэтому названная книга в некоторой степени производит впечатление сборника статей или даже энциклопедии по физической оптике.

Содержание вышеуказанных книг XIX века по физической оптике образует круг проблем волновой оптики, так как квантовая оптика получает развитие лишь в XX веке. Законы физической оптики обосновывались в XIX веке с помощью концепции эфира. Но сама теория эфира претерпевает в XIX веке значительные изменения [II, с. 236]. Френель, Навье, Коши и Мак-Куллах создали несколько моделей эфира [II, с. 226]. Специфические черты этих моделей отражены в той или иной мере также в вышеуказанных учебниках.

#### Литература

1. Творцы физической оптики (сборник статей). М., Наука, 1973.
2. E. Verdet. Vorlesungen über die Wellentheorie des Lichtes. Braunschweig, 1881.
3. G. Kirchhoff. - Ann. d. Physik und Chemie. (1883), 18, 663.
4. G. Kirchhoff. Gesammelte Abhandlungen, Nachtrag, 1891.
5. G. Kirchhoff. Vorlesungen über Mathematische Optik. Leipzig, 1891.
6. F. Neumann. Vorlesungen über Theoretische Optik. Leipzig, 1885.
7. Зоммерфельд. Оптика, ИЛ. 1953.
8. Френель О. Избранные труды по оптике. М., 1955.
9. F. Neumann. - Ann. d. Physik und Chemie. (1837), 40, 497.
10. Дж. В. Стрэтт (Лорд РЭЛЕЙ). Волновая теория света. М.-Л., 1940.
- II. Спасский Б.И. История физики. МГУ, 1963.

## НЕКОТОРЫЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ ПРИЕМЫ ПРИ ПРЕПОДАВАНИИ АТОМНОЙ ФИЗИКИ. IV

Ю.Я. Лембра

Первая, вторая и третья части опубликованы в сборнике ТГУ "В помощь преподавателю" (выпуск IV, V и VI) соответственно в 1978 г. (на эст. яз.), 1980 г. и 1981 г. В них имеются разделы: 1. Понятие мультиплетного термина, 2. Эффект Зеемана, 3. Туннельный эффект, 4. Эффект Комптона (на этом заканчивается первая часть), 5. Момент количества движения, 6. Рентгеновские спектры (на этом заканчивается вторая часть), 7. Постоянная тонкой структуры, 8. Мультипольное излучение, 9. Молекулярные спектры.

Подчеркиваем, что наша сериальная статья излагает только некоторые методические приемы при преподавании атомной физики и не претендует на систематическое изложение методики преподавания этого курса. Методические приемы включены в серийную статью главным образом в хронологическом порядке их разработки. При изложении мы опираемся в основном на учебник Савельева, так как эта книга нашла применение во всех вузах республики.

### 10. Магнитный момент

Вопросы, связанные с преподаванием магнитного момента атома, мы уже рассмотрели в разделе 2 нашей статьи при изложении эффекта Зеемана. Однако в связи с некоторыми неувязками в новейшей учебной литературе [1, 2] следует к этим вопросам еще возвратиться. По нашему мнению, следует начиная с курса электричества и магнетизма и заканчивая курсом ядерной физики подчеркнуть, что магнитный момент является вектором. К сожалению, такая точка зрения не нашла последовательного применения в [1, 2].

В § 46 [1] магнитный момент контура с током рассматривается как вектор. Однако уже в § 56 [1] начинается отступление от этой правильной точки зрения. Правда, на словах еще говорится, что орбитальный магнитный момент электрона является вектором. Однако в формулах это уже не отражается. Начиная с этого места в учебнике [1] нестрогость распространяется также в разделы атомной и ядерной физики.

Учитывая, что в процессе преподавания важно также зрительное ощущение, мы советуем по примеру [3, с. 104] учебный материал § 56 [1] излагать в такой форме, чтобы из него вытекало следующее важное заключение. Если частица с зарядом  $q$  и массой  $m$  имеет орбитальный момент количества движения  $\vec{M}$ , то она имеет также орбитальный магнитный момент  $\vec{\mu}$ , который можно вычислить по формуле

$$\vec{\mu} = \frac{q}{2m} \vec{M}. \quad (1)$$

Именно такая запись является удобной в приложениях как атомной, так и ядерной физики.

Для электрона  $q = -e$  (где  $e$  - элементарный заряд). Поэтому получим из (1) для орбитального магнитного момента электрона

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m_e} \vec{M}, \quad (2)$$

где  $m_e$  - масса электрона. Из (2) непосредственно вытекает, что у электрона направления векторов  $\vec{\mu}$  и  $\vec{M}$  противоположны друг другу.

В связи с полученным результатом (2) отметим, что аналогичная формула (56.3) [1] является ошибочной. В формулы (56.1) и (56.2) [1] входят только положительные множители. Поэтому путем их почленного деления никоим образом не может в формуле (56.3) появиться знак минус. Однако в комментариях к формуле (56.3) в [1, с. 159] говорится, что знак минус указывает на то, что направления моментов противоположны. Для студента, хорошо разбирающегося в математике, это создает только путаницу. Если же исходить из (2), то никакой путаницы не возникает.

В дальнейших приложениях атомной и ядерной физики мы измерим все моменты количества движения в единицах  $\hbar$ , где  $\hbar = h/2\pi$  ( $h$  - постоянная Планка). По примеру [4, с.42] удобно вместо вектора  $\vec{M}$  ввести вектор  $\vec{l}$  по определению

$$\vec{M} = \vec{l} \hbar. \quad (3)$$

Тогда

$$|\vec{l}| = \sqrt{l(l+1)}, \quad (4)$$

где  $l$  - орбитальное квантовое число.

С учетом формул (2) и (3) получим для орбитального магнитного момента электрона

$$\vec{\mu}_l = -\mu_B \vec{l}, \quad (5)$$

где величина

$$\mu_B = \frac{e \hbar}{2 m_e} \quad (6)$$

называется магнетоном Бора.

Результаты изучения спинового магнитного момента электрона в § 3I [2] мы советуем вместо формулы (3I.2) подытожить формулой

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e \vec{M}_s}{m_e}, \quad (7)$$

где индекс  $s$  указывает на спинные моменты. В этой записи знак минус действительно указывает на то, что моменты  $\vec{\mu}_s$  и  $\vec{M}_s$  направлены в противоположные стороны.

Далее пишем аналогично формулам (3) и (4)

$$\vec{M}_s = s \hbar \quad (8)$$

$$|\vec{s}| = \sqrt{s(s+1)}, \quad (9)$$

где  $s$  - спиновое квантовое число (равное  $1/2$  для электрона).

Тогда из (6), (7) и (8) вытекает

$$\vec{\mu}_s = -2\mu_B \vec{s}. \quad (10)$$

Для орбитального и спинового магнитных моментов электронной оболочки атома мы советуем вместо формул (33.1) и (33.4) из [2] на основе формул (5) и (10) написать

$$\vec{\mu}_L = -\mu_B \vec{L} \quad (11)$$

$$\vec{\mu}_s = -2\mu_B \vec{s}. \quad (12)$$

Здесь  $\vec{L}$  и  $\vec{s}$  являются орбитальным и спиновым моментами количества движения электронной оболочки. Абсолютные значения этих векторов выражаются так:

$$\left. \begin{aligned} |\vec{L}| &= \sqrt{L(L+1)} \\ |\vec{s}| &= \sqrt{s(s+1)} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где  $L$  и  $s$  - орбитальное и спиновое квантовые числа электронной оболочки.

Формулу для магнитного момента атома (имеется в виду среднее значение от  $\vec{\mu}' = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_s$ ) мы советуем вместо (33.5) [2] написать в форме

$$\vec{\mu}_J = -\mu_B g \vec{J}. \quad (14)$$

Здесь  $\vec{J}$  - полный момент количества движения электронной оболочки, т.е.

$$\vec{J} = \sqrt{j(j+1)}, \quad (15)$$

где  $j$  - внутреннее квантовое число электронной оболочки.

Далее в формуле (14)  $g$  является множителем Ланде:

$$g = 1 + \frac{j(j+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2j(j+1)}. \quad (I6)$$

Напомним, что в разделе 2 мы использовали для получения формулы (I4) метод скалярного произведения в векторной модели атома. До этого мы писали  $\vec{\mu}'$  в форме  $-\mu_B (\vec{j} + \vec{S})$ . Тогда надо найти среднее значение только одного скалярного произведения  $\vec{j} \vec{S}$ . Такой метод является более изящным, чем предложенный в конце § 33 [2].

Остановимся еще на некоторых неувязках § 33 [2]. Начнем с анализа выражения (33.7). Проекцию вектора  $\vec{\mu}_j$  на ось  $z$  можно получить из (I4):

$$\mu_{jz} = -\mu_B g m_j, \quad (I7)$$

где  $m_j$  - квантовое число, дающее проекцию вектора  $\vec{j}$  на эту ось. Согласно квантовомеханическому свойству момента количества движения (см., напр., раздел 5, формулу (3)) квантовое число  $m_j$  пробегает все отличающиеся друг от друга на единицу значения в промежутке от  $-j$  до  $j$ , т.е.

$$m_j = -j, -j+1, \dots, j-1, j. \quad (I8)$$

Из (I8) видно, что при целом  $j$  (число электронов в атоме - четное) квантовое число  $m_j$  пробегает целочисленные значения. Если же  $j$  является полуцелым (число электронов в атоме - нечетное), то  $m_j$  оказывается полуцелым. Напр., если  $j = \frac{3}{2}$ , то  $m_j = -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ . Отметим, что вместо формулы (I8) в объясняющей части выражения (33.7) [2] написана ошибочная формула, допускающая появление значения  $m_j = 0$  даже при полуцелом  $j$ . Такая же ошибка повторяется в выражении (34.2) [2].

Другая неувязка связана с областью определения множителя Ланде. В § 33 [2] сперва приводятся примеры, где  $g > 0$ . После этого говорится, что множитель Ланде даже может равняться нулю. Это все правильно. Однако забыто, что множитель Ланде



может быть также отрицательным. На такую возможность указывает в формуле (16) знак минус перед величиной  $L(L+1)$ . Например, если  $L=3$ ,  $S=\frac{5}{2}$  и  $J=\frac{1}{2}$ , то  $g=-\frac{2}{3}$ .

В качестве иллюстрации приведем три рисунка. На рис. 1 множитель Ланде  $g=\frac{8}{5}$ , следовательно, на основе формулы (14)  $\vec{\mu}_J$  и  $\vec{J}$  являются противоположно направленными векторами. На рис. 2 множитель Ланде равен нулю. В этом случае согласно

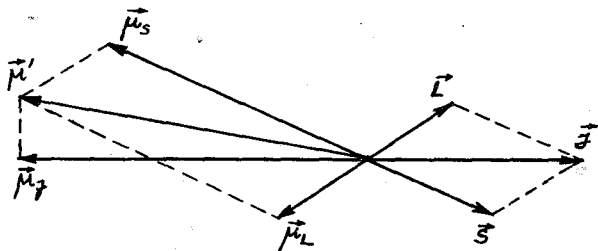


Рис. 1. Сложение орбитального и спинного магнитных моментов при  $L=1$ ,  $S=\frac{3}{2}$ ,  $J=\frac{5}{2}$ ;  $g=\frac{8}{5}$ .

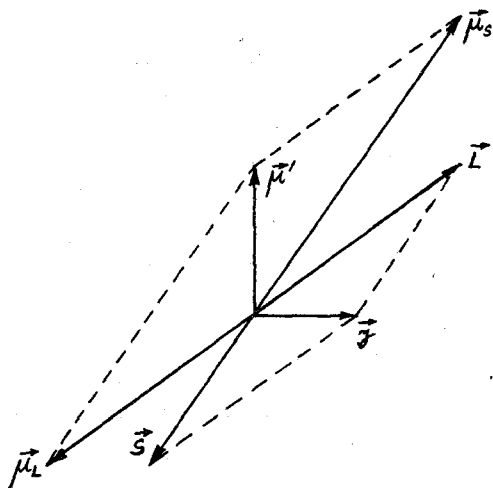


Рис. 2. Сложение орбитального и спинного магнитных моментов при  $L=3$ ,  $S=2$ ,  $J=1$ ;  $g=0$ .

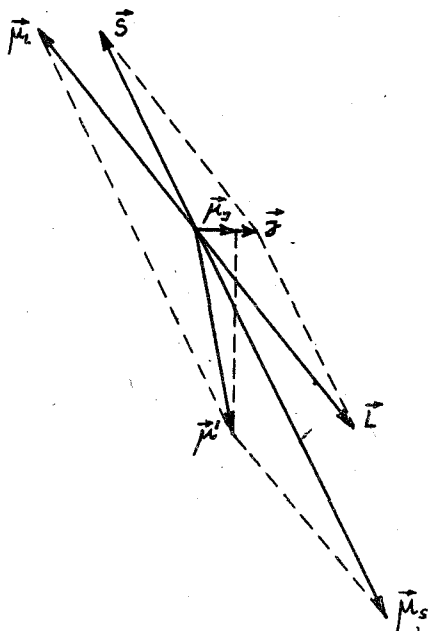


Рис. 3. Сложение орбитального и спинного магнитных моментов при  $L = 3$ ,  $S = \frac{5}{2}$ ,  $J = \frac{1}{2}$ ;  $g = -\frac{2}{3}$ .

формуле (14) вектор  $\vec{\mu}_J$  должен равняться нулю. На рисунке это отражается в том, что  $\vec{\mu} \perp \vec{J}$ . На рис. 3 множитель Ланде  $g = -\frac{2}{3}$ , поэтому векторы  $\vec{\mu}_J$  и  $\vec{J}$  направлены в одну и ту же сторону.

Рассмотрим еще одну тонкость при изучении эффекта Зеемана. В § 34 [2] в качестве первого примера к простому эффекту Зеемана рассматривается переход  $^1P_1 \rightarrow ^1S_0$  (см. рис. 34.1 [2]<sup>1</sup>). Простой эффект Зеемана имеет действительно место в этом случае. Однако с методической точки зрения данный пример все же не вполне удачный. Чтобы убедиться в этом, используем выведенную в разделе 2 формулу (34), позволяющую

<sup>1</sup> Отметим, что на рис. 34.1 и 34.2 [2] левый, верхний индекс символов уровней энергии должен быть 1, а не 0.

найти круговую частоту испущенного фотона в эффекте Зеемана:

$$\omega = \omega_0 + \frac{\mu_B B}{\hbar} [(g' - g'')m_J' - g''\Delta m_J], \quad (19)$$

где индекс нуль указывает на отсутствие поля, штрих и два штриха указывают на начальное и конечное состояния соответственно.

С учетом правила отбора для квантового числа  $m_J$  из (19) вытекает, что одна возможность получения простого эффекта Зеемана появляется при выполнении условия  $g' = g''$ . Если спин-момент количества движения отсутствует в начальном и конечном состояниях ( $S' = S'' = 0$ ), как это предполагается в примерах § 34 [2], то  $g' = g'' = 1$ , и действительно получается простой эффект Зеемана. Однако, если вдобавок к правилу отбора для  $m_J$  учесть в явном виде правило отбора для  $J$ , то из формулы (19) вытекает, что простой эффект Зеемана получается также в том случае, если по квантовому числу  $J$  совершаются переходы  $0 \rightarrow 1$  или  $1 \rightarrow 0$ . Выше приведенному примеру соответствует переход  $1 \rightarrow 0$  по квантовому числу  $J$ . Поэтому этот пример не является "чистым" по отношению к данной проблеме. Лучше в этих целях подходит другой пример из § 34 [2]:  $^1D_2 \rightarrow ^1P_1$ . В качестве "чистого" примера второй возможности можно привести переход  $^3P_1 \rightarrow ^3P_0$ .

Перейдем теперь к рассмотрению проблем преподавания магнитного момента в ядерной физике, где мы исходим из нашей общей точки зрения о том, что магнитный момент является вектором.

Для получения орбитального магнитного момента протона надо в общей формуле (1) положить  $q = e$ ,  $m = m_p$  ( $m_p$  - масса протона). Тогда получим с учетом формулы (3):

$$\vec{\mu}_{l_p} = \mu_N \vec{l}, \quad (20)$$

где величина

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p} \quad (21)$$

является ядерным магнетоном.

Из (20) вытекает, что для протона векторы орбитального магнитного момента и момента количества движения направлены в одну и ту же сторону.

Для получения орбитального магнитного момента нейтрона надо в формуле (I) положить  $q = 0$ . Таким образом, ввиду отсутствия электрического заряда нейтрон не имеет орбитального магнитного момента.

Более сложным является вопрос о спиновом магнитном моменте нуклона. Рассмотрим сперва спиновый магнитный момент протона  $\vec{\mu}_p$ . Можно полагать, что  $\vec{\mu}_p$  пропорционален спин-овому моменту количества движения протона. Если аналогично формуле (8) ввести вектор  $\vec{s}$ , то можно написать:

$$\vec{\mu}_p = g_p \mu_N \vec{s}, \quad (22)$$

где  $g_p$  выражает спиновое гиромагнитное отношение в единицах  $\mu_N/\hbar$ . В ядерной физике величины типа  $g$  называют просто гиромагнитными отношениями [5, с. 36]. Подчеркиваем, что перепре-определенные таким путем гиромагнитные отношения являются безразмерными величинами. По аналогии с формулой (10) сперва полагали, что у протона  $g_p = 2$ . Однако эксперимент показал, что  $g_p = 5,58$ .

Эксперимент показал, что несмотря на отсутствие электрического заряда, нейтрон также обладает спиновым магнитным моментом:

$$\vec{\mu}_n = g_n \mu_N \vec{s}, \quad (23)$$

где  $g_n = -3,82$ . Таким образом, для нейтрона спиновые магнитный момент и момент количества движения являются противоположно направленными векторами.

Рассмотрим проблему сложения магнитных моментов нукло-

нов. Учитывая формулы (20), (22) и (23), образуем сперва вектор

$$\vec{\mu}' = \mu_N \left[ \sum_{i=1}^Z \vec{l}_i + g_p \sum_{i=1}^Z \vec{s}_i + g_n \sum_{i=Z+1}^A \vec{s}_i \right], \quad (24)$$

где  $Z$  и  $A$  - числа протонов и нуклонов в ядре.

Для сравнения выпишем выражение для полного момента количества движения ядра

$$\vec{I} = \sum_{i=1}^A \vec{l}_i + \sum_{i=1}^A \vec{s}_i. \quad (25)$$

Вектор  $\vec{I}$  называется спином ядра.

Абсолютную величину вектора  $\vec{I}$  характеризуем с помощью спинового квантового числа  $I$  так, что

$$|\vec{I}| = \sqrt{I(I+1)}. \quad (26)$$

Если теперь учесть, что орбитальные квантовые числа всех частиц являются неотрицательными целыми числами, а спинное квантовое число нуклона  $\lambda = \frac{1}{2}$ , то исходя из схемы (25) получим путем применения квантово-механического правила сложения моментов количества движения (см., напр., раздел 5, формулу (7)) следующий важный результат. Квантовое число  $I$  является неотрицательным целым числом при четном  $A$ , а положительным полуцелым числом при нечетном  $A$ .

В связи с формулой (25) обращаем внимание на факт, что приведенное в § 66 [2] определение спина ядра является неудачным, поскольку создается впечатление, что спин ядра оп-

ределяется только суммой спиновых моментов количества движения отдельных нуклонов.

Как вытекает из формул (24) и (25), в силу различных гиромангнитных отношений протонов и нейтронов векторы  $\vec{\mu}'$  и  $\vec{I}$  не совпадают по направлению. Если же учесть, что вектор спина  $\vec{I}$  является единственной величиной, характеризующей ориентацию ядра, то мы можем использовать векторную модель, в которой вектор  $\vec{\mu}'$  прецессирует относительно вектора  $\vec{I}$ . При этом по аналогии с электронной оболочкой атома среднее значение  $\vec{\mu}'$  называется магнитным моментом ядра. Используя для этого понятия обозначение  $\vec{\mu}_I$ , можем написать

$$\vec{\mu}_I = g \mu_N \vec{I}, \quad (27)$$

где величина  $g$  называется гиромангнитным отношением ядра. Формула (27) аналогична формуле (14). Однако отсутствие развитой теории ядерных сил не позволяет вычислить гиромангнитное отношение ядра.

Как вытекает из формул (6) и (21),  $\mu_N \ll \mu_B$ . В силу этого условия заключаем из формул (14) и (27), что по абсолютной величине ядерные магнитные моменты являются малыми по сравнению с магнитными моментами электронной оболочки.

Образует проекцию вектора  $\vec{\mu}_I$  на ось  $z$  :

$$\mu_{Iz} = g \mu_N m_I, \quad (28)$$

где квантовое число  $m_I$  пробегает значения (см., напр., раздел 5, формулу (3)):

$$m_I = -I, -I+1, \dots, I-1, I. \quad (29)$$

В экспериментальной ядерной физике принято значение  $\mu_{Iz}$  в состоянии, для которого  $m_I$  является максимальной, сокращенно называть магнитным моментом и обозначать через  $\mu$  (см., напр., [6, с. 48]). Согласно этому определению получим из формул (28) и (29)

$$\mu \equiv \mu_{Iz}|_{m_I=I} = g \mu_N I. \quad (30)$$

Подчеркиваем, что определенный таким путем магнитный момент может быть как положительным, так и отрицательным или равняться нулю. Все это зависит от характера гироманнитного соотношения  $g$ .

Используя общую формулу (46.10) [1], найдем с помощью формул (27) и (28) дополнительную энергию, которую ядро приобретает в магнитном поле:

$$\Delta E = - g \mu_N B m_I. \quad (31)$$

Эта формула аналогична формуле (34.2) [2].

Путем экспериментального изучения уровней энергии ядер в магнитном поле можно определить гироманнитный множитель  $g$ . Далее учитываем, что путем экспериментального изучения сверхтонкой структуры атомных спектров можно найти спиновое квантовое число  $I$ . После этого можно по формуле (30) найти магнитные моменты  $\mu$ . Для этих величин составлены таблицы.

Отметим, что определение магнитного момента типа (30) применяется также для отдельных нуклонов. Учитываем формулы (20), (22) и (23), а также квантово-механическое свойство проекции момента количества движения (см., напр., раздел 5, формулу (3)). Таким образом получим для орбитального магнитного момента протона

$$\mu_{lp} \equiv \mu_{lpz} | m_l = 1 = 1 \mu_N \quad (32)$$

и спинового магнитного момента нуклонов:

$$\left. \begin{aligned} \mu_{sp} &\equiv \mu_{spz} | m_s = \frac{1}{2} = 2,79 \mu_N \\ \mu_{sn} &\equiv \mu_{snz} | m_s = \frac{1}{2} = -1,91 \mu_N \end{aligned} \right\} (33)$$

В заключение этого раздела сделаем еще одно сравнение с другим втузовским учебником по физике. В § 16.2 [7] приведено правильное определение спина ядра. Однако далее в этом учебнике нет полной ясности при подсчете числа компонентов

сверхтонкой структуры атомных уровней энергий. Как правильно отмечено в § 66[2], сверхтонкая структура обусловлена взаимодействием магнитных моментов электронной оболочки и ядра, т.е. взаимодействием векторов  $\vec{\mu}_j$  и  $\vec{\mu}_I$ . При этом состояния атома, соответствующие различным взаимным ориентациям векторов  $\vec{\mu}_j$  и  $\vec{\mu}_I$ , имеют несколько отличающуюся энергию. Если теперь учесть формулы (14) и (27), то станет ясным, что энергия взаимодействия зависит от взаимной ориентации векторов  $\vec{j}$  и  $\vec{I}$ , т.е. от того, как они образуют полный момент количества движения атома:

$$\vec{F} = \vec{j} + \vec{I}. \quad (34)$$

Абсолютную величину вектора  $\vec{F}$  характеризуем с помощью квантового числа  $F$  так, что

$$|\vec{F}| = \sqrt{F(F+1)} \quad (35)$$

(см., напр., раздел 5, формулу (1)).

Согласно квантово-механическому правилу сложения моментов количества движения (см., напр., раздел 5, формулу (7)) получим на основе формулы (34):

$$F = |I - j|, |I - j| + 1, \dots, I + j - 1, I + j. \quad (36)$$

Число уровней сверхтонкой структуры равняется числу возможных значений квантового числа  $F$ . В связи с полученным результатом подчеркиваем, что здесь определяющим является сложение спина ядра и момента количества движения электронной оболочки, а не спина ядра и спинowego момента количества движения валентного электрона, как предполагается в § 16.2 [7]. Приведенный в 16.2 [7] пример действует только в случае  $S$ -состояния одноэлектронной системы, когда  $j = \frac{1}{2}$ . Тогда из (36) вытекают два значения  $F = I \pm \frac{1}{2}$ , если  $I \neq 0$ .

На этом мы закончим раздел, который имеет в некоторой степени расплывчатый характер. При этом мы все же постарались последовательно начиная с курса электричества и магнетизма и заканчивая курсом ядерной физики трактовать магнит-



ный момент как векторную величину. Расплывчатость материала получилась по той причине, что магнитный момент связан с моментом количества движения. Однако преподавание последнего вопроса, как показывает опыт, также связано с большими трудностями, особенно в ядерной физике.

## II. Ширина спектральной линии

Проблемы, связанные с шириной спектральной линии, рассматриваются в § 30 [2]. Там вначале вводится время  $\tau$ , за которое число атомов, находящихся в данном возбужденном состоянии, уменьшается в  $e$  раз. Это время называется временем жизни возбужденного состояния, а в подстрочном замечании отмечается, что определенное таким образом время жизни совпадает со средним временем пребывания атомов в возбужденном состоянии. Здесь надо было бы привести ссылку на § 42 [2], из которого этот результат вытекает.

Согласно формуле (42.5) [2] число атомов, совершающих в единицу времени спонтанный переход с уровня  $E_n$  на уровень  $E_m$  определится выражением

$$N_{nm}^{(\text{спонт})} = A_{nm} N_n, \quad (37)$$

где  $A_{nm}$  - вероятность спонтанного перехода в единицу времени с уровня  $E_n$  на уровень  $E_m$ , а  $N_n$  - число атомов на уровне  $E_n$ . Величина  $A_{nm}$  называется коэффициентом Эйнштейна для спонтанного излучения.

Если суммировать выражения (37) по всем уровням  $E_m$  лежащим ниже, чем  $E_n$  то получим убыль числа атомов на уровне  $E_n$  в единицу времени. Таким образом можно написать:

$$\frac{dN_n}{dt} = - \sum_m A_{nm} N_n. \quad (38)$$

Здесь целесообразно ввести обозначение

$$A_n = \sum_m A_{nm}. \quad (39)$$

Поэтому получим из (38)

$$\frac{dN_n}{dt} = - A_n N_n. \quad (40)$$

После интегрирования найдем

$$N_n(t) = N_n^{(0)} e^{-A_n t}, \quad (41)$$

где  $N_n^{(0)}$  - число атомов на уровне  $E_n$  в начальный момент времени.

Формула (41) имеет такой же вид как закон радиоактивного распада (70.2) [2]. Для получения закона (41) следует в (70.2) [2] сделать подстановку  $\lambda \rightarrow A_n$ . Далее можно использовать рассуждения, приведенные для получения формул (70.5) [2]. Отсюда непосредственно вытекает, что среднее время  $\tau_n$  пребывания атома в возбужденном состоянии  $E_n$  подчиняется формуле

$$\tau_n = \frac{1}{A_n}. \quad (42)$$

Следовательно,

$$N_n(t) = N_n^{(0)} e^{-\frac{t}{\tau_n}}. \quad (43)$$

Отсюда непосредственно вытекает то определение величины  $\tau$ , которое приведено в начале § 30 [2]. Конечно более логичным был бы непосредственный вывод формулы (42) в § 30 [2] при рассмотрении возбужденных состояний атома. Затем этот результат можно использовать при изучении радиоактивного распада.

Для сравнения отметим, что в § 14.8 [7] для числа атомов на возбужденном уровне получена экспоненциальная зависимость типа (43). Однако вывод является ошибочным, поскольку при написании формулы типа (38) забыто суммирование по нижележащим уровням. В связи с этим является ошибочным физическое толкование коэффициента Эйнштейна в § 14.8 [7]. Правильное толкование коэффициента Эйнштейна вытекает из формулы (37), при которой оно нами и приведено.

Следующая неувязка в § 30 [2] возникает в связи с применением формулы (30.1) для ширины уровня. Как видно из формулы (42), каждый уровень имеет вообще говоря свое значение ширины  $\Gamma$ . Поэтому

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_n &= \frac{\hbar}{\tau_n} \\ \Gamma_k &= \frac{\hbar}{\tau_k} \end{aligned} \right\} (44)$$

где  $\tau_n$  и  $\tau_k$  - времена жизни возбужденных состояний  $E_n$  и  $E_k$ .

Если теперь использовать для перехода  $E_n \rightarrow E_k$  правило частот Бора, то получим для круговой частоты испущенного фотона

$$\omega_{nk} = \frac{E_n - E_k}{\hbar}. \quad (45)$$

Вследствие конечной ширины уровней энергия испускаемых фотонов имеет разброс, что приводит к тому, что спектральная линия обладает конечной шириной

$$\delta\omega_{nk} = \frac{\Gamma_n + \Gamma_k}{\hbar}. \quad (46)$$

Перед  $\Gamma_k$  стоит знак плюс по той причине, что при взятии абсолютной ошибки разности абсолютные ошибки уменьшаемого и вычитаемого складываются.

Пользуясь формулами (44), получим из (46) следующую формулу для естественной ширины спектральной линии.

$$\delta\omega_{nk} = \frac{1}{\tau_n} + \frac{1}{\tau_k}. \quad (47)$$

В заключении этого раздела указываем еще на один методический прием. Если по какой-то причине в процессе преподавания ощущается недостаток времени при изложении доплеровского уширения спектральной линии, то вместо § 30 [2] можно для получения порядка величины исходить из формулы продольного эффекта Допплера (151,7) [1], положив в ней для скорости атомов оценку

$$v \approx \sqrt{\frac{kT}{m_a}}, \quad (48)$$

где  $k$  - постоянная Больцмана,  $T$  - абсолютная температура,  $m_a$  - масса атома.

Таким образом получим для относительной доплеровской

ширины спектральной линии следующую грубую оценку

$$\left(\frac{\delta\omega}{\omega}\right)_D \approx \frac{1}{c} \sqrt{\frac{kT}{m_a}}, \quad (49)$$

которая все же правильно передает основные закономерности.

## 12. Эффект Оже

Ниже мы приведем простые соображения, позволяющие более наглядно иллюстрировать энергетическую возможность эффекта Оже. Для этого используем результаты раздела 6.

В начале изложения целесообразно привести следующий экспериментальный результат. При изучении с помощью камеры Вильсона электронов, освобождаемых жестким рентгеновским излучением в тяжелых благородных газах, Оже обнаружил, что в некоторых случаях из одной точки берут начало два следа. Такое явление получило название эффекта Оже.

Естественно полагать, что один из этих следов принадлежит электрону, выбитому из К-слоя. Найдем кинетическую энергию этого фотоэлектрона  $T_f$ . Для этого рассмотрим сперва уровни энергии электрона в атоме элемента с порядковым номером  $Z$ . Энергию электрона в  $n$ -ном слое такого атома можно в первом приближении выразить по формуле

$$E_n = - \frac{(Z - \sigma_n)^2 R h c}{n^2}, \quad (50)$$

где  $R$  - постоянная Ридберга,  $h$  - постоянная Планка,  $c$  - скорость света в вакууме и  $\sigma_n$  - постоянная экранирования (см., например, раздел 6, формулу (13)).

Теперь можем кинетическую энергию вышеуказанного фотоэлектрона очень просто найти из закона сохранения энергии:

$$h\nu + E = E - E_1 + T_f, \quad (51)$$

где  $\nu$  - частота падающего излучения, а  $E$  - энергия электронной оболочки (она получается путем суммирования величин  $E_n$  по всем электронам).

Из (51) получим

$$T_f = h\nu + E_1. \quad (52)$$

Из формулы (50), однако, вытекает для энергии ионизации  $n$ -го слоя  $E_{ion}^{(n)}$  формула

$$E_{ion}^{(n)} = -E_n = \frac{(Z - \sigma_n)^2 R h c}{n^2}. \quad (53)$$

С учетом формулы (53) получим из (52)

$$T_f = h\nu - I_K, \quad (54)$$

где  $I_K$  является энергией ионизации К-слоя:

$$I_K = E_{ion}^{(1)} = (Z - \sigma_1)^2 R h c. \quad (55)$$

Перейдем к выяснению причины испускания второго электрона в вышеописанных условиях эксперимента. При фотоэффекте освободилось одно место в К-слое. Это место может быть заполнено путем перехода электрона из L-слоя. При этом освобождается энергия  $E_2 - E_1$ . Если эта энергия больше, чем энергия ионизации L-слоя, то возможен безызлучательный переход, при котором вылетает электрон из L-слоя. Такой электрон принято называть электроном Оже. В результате этого возникает состояние, при котором в L-слое не хватает двух электронов. Таким образом можно кинетическую энергию электрона Оже  $T_A$  легко найти из закона сохранения энергии:

$$E - E_1 = E - 2E_2 + T_A, \quad (56)$$

откуда

$$T_A = 2E_2 - E_1. \quad (57)$$

Теперь учитываем, что согласно формуле (53) энергия ионизации L-слоя

$$I_L = E_{ion}^{(2)} = \frac{1}{4} (Z - \sigma_2)^2 R h c. \quad (58)$$

Поэтому с учетом формул (55), (57) и (58) получим следующую формулу для кинетической энергии электрона Оже:

$$T_A = I_K - 2 I_L. \quad (59)$$

Из формул (55) и (58) найдем

$$\frac{I_K}{I_L} = 4 \left( \frac{Z - \sigma_1}{Z - \sigma_2} \right)^2. \quad (60)$$

Так как для внутренних слоев постоянные экранирования являются относительно малыми, то приближенно из (60) получим, что  $I_K \approx 4 I_L$ . Теперь на основе формулы (59) энергетическая возможность эффекта Оже станет вполне очевидной.

#### Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. I. М., Наука, 1978.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 3. М., Наука, 1979.
3. Фрауэнфельдер Г., Хенли Э. Субатомная физика. М., Мир, 1979.
4. Ельяшевич М.А. Атомная и молекулярная спектроскопия. М., ГИФМЛ, 1962.
5. Маляров В.В. Основы теории атомного ядра. 2-е изд. М., Наука, 1967.
6. Широков Ю.М., Юдин Н.П. Ядерная физика. 2-е изд. М., Наука, 1980.
7. Детлаф А.А., Яровский Б.М. Курс физики. Т. 3. М., Высшая школа, 1979.

## О ГЕНЕРАЦИОННЫХ ЧИСЛАХ КВАРКОВ И ЛЕПТОНОВ

Л.Д. Пальги

В семидесятых годах происходила некая революция в области представлений о природе вещества. Новые успехи в изучении глубоко неупругого рассеяния электрона, мюона и нейтрино на нуклонах, новые открытия в экспериментах на встречных пучках электронов и позитронов и т.д. привели к тому, что теперь уже не говорят о протонах и нейтронах как о фундаментальных частицах и пионах как о первичных квантах сильного взаимодействия. Наступило время изучения элементарных реакций кварков и глюонов.

Основным теоретическим средством стала неабелева теория калибровочных полей, одним очень успешным примером которого является объединенная теория слабого и электромагнитного взаимодействия Глэшоу, Вайнберга и Салама [1-3]. Другая калибровочная теория - квантовая хромодинамика - является серьезным претендентом на роль теории сильного взаимодействия. Представляется возможным объединение слабого, электромагнитного и сильного взаимодействий на основе неабелевых калибровочных теорий.

Хотя многое в теории элементарных частиц стало более простым, но 32 часов лекций для элементарных частиц в курсе "Теория элементарных частиц и ядра" в Тартуском госуниверситете явно недостаточно. Чтобы в этом теоретическом курсе можно было уделить главное и должное внимание на калибровочные теории, надо сэкономить время, отводимое на феноменологическое описание результатов опыта. В этой статье мы вводим одно из возможных упрощений при представлении кварков и лептонов как нынешних фундаментальных частиц. Предлагаем новые удобные квантовые числа - генерационные числа кварков и лептонов, которые могут быть использованы и на дальнейших

этапах изучения вещества, имея в виду возможную внутреннюю структуру кварков и лептонов.

Известные кварки и лептоны, современные фундаментальные частицы, удобно вводить в трех генерациях [5]:

первая генерация -  $\nu_e, e^-, u, d$

вторая генерация -  $\nu_\mu, \mu^-, c, s$

третья генерация -  $\nu_\tau, \tau^-, t, b$ .

где массы в последующих генерациях возрастают:

$$m_e < m_\mu < m_\tau$$

$$m_u < m_c < m_t$$

$$m_d < m_s < m_b$$

$$m_{\nu_e} < m_{\nu_\mu} < m_{\nu_\tau}.$$

Последнее неравенство, конечно, гипотетично и оспоримо.

Существование фундаментальных фермионов первых двух генераций и  $\tau$ -лептона доказано опытом. Изучение  $\tau$ -распада свидетельствует о существовании  $\tau$ -нейтрино.  $Y$ -мезон с массой 9,46 Гэв интерпретируется как связанное состояние  $b$ -кварка и соответствующего антикварка. Еще не открыт  $t$ -кварк, но теоретические соображения в пользу его существования весьма убедительны. Но сколько существует генераций? Ограничиваются ли они числом три? Это один из вопросов, на который нынешняя теория пока не может дать окончательного ответа.

Хотя имеется много еще нерешенных вопросов (напр., экспериментальное обнаружение тяжелых  $W$  и  $Z$  - бозонов), стандартная  $SU(2) \times U(1)$  теория электрослабого взаимодействия [1-3] пока согласуется со всеми экспериментальными данными. Электрослабое взаимодействие между кварками и лептонами описывается спонтанно нарушенной калибровочной теорией [1-4], где все кварки и лептоны располагаются в левых дублетах слабого изоспина

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L$$

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$$



и, кроме нейтральных, в правых синглетах слабого изоспина  $e_R, \mu_R, \tau_R, u_R, d_R, c_R, s_R, t_R, b_R$ .

Каждый заряженный лептон вместе со своим нейтрино образует заряженный слабый ток, где сохраняется соответствующий лептонный заряд. Лептоны каждой генерации характеризуются своим сохраняющимся лептонным числом. Обозначим это число для первой генерации через  $L_e$ , для второй через  $L_\mu$  и для третьей через  $L_\tau$ . Значения  $L_e$ ,  $L_\mu$  и  $L_\tau$  приведены в таблице I (соответствующие антилептоны имеют те же лептонные числа с противоположным знаком).

Таблица I

	$L_e$	$L_\mu$	$L_\tau$
$e^-$	1	0	0
$\nu_e$	1	0	0
$\mu^-$	0	1	0
$\nu_\mu$	0	1	0
$\tau^-$	0	0	1
$\nu_\tau$	0	0	1

Лептоны могут рождаться и уничтожаться только парами при требовании, чтобы такая пара состояла из лептона и антилептона. Так как все лептонные числа сохраняются отдельно, то не наблюдается, например, слабых распадов ( $\Delta L_\mu = +1$ ,  $\Delta L_e = -1$ )

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \gamma \quad (1)$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + e^- + e^+ \quad (2)$$

Кроме различных лептонных чисел  $L_e$ ,  $L_\mu$ ,  $L_\tau$ , существует только одно единственное различие между неодинаковыми лептонными генерациями - различие массы:  $m_e : m_\mu : m_\tau = 1 : 207 : 3500$ . Причина этого загадочного различия пока неясна. Гене-

рации кварков во многих отношениях похожи на генерации лептонов. Причина этой кварк-лептонной симметрии тоже пока неясна. Таким образом, вместо старой  $e-\mu$ -загадки возникли две новые: кварк-лептонная и генерационная загадки.

Однако лептоны различных генераций можно отличить не различными лептонными числами, а различными значениями одного генерационного числа. Чтобы подчеркнуть кварк-лептонную симметрию, определим эти квантовые числа соответственно и для кварков. Лептонные генерационные числа  $n_l$  и кварковые генерационные числа  $n_q$  определим как положительные целые числа для генераций и отрицательные целые числа для антигенераций (см. табл. 2).

Таблица 2

Лептоны и антилептоны		Кварки и антикварки	
$e^-, \nu_e$	1	$u, d$	1
$\mu^-, \nu_\mu$	2	$s, \bar{s}$	2
$\tau^-, \nu_\tau$	3	$t, \bar{t}$	3
$e^+, \bar{\nu}_e$	-1	$\bar{u}, \bar{d}$	-1
$\mu^+, \bar{\nu}_\mu$	-2	$\bar{c}, \bar{s}$	-2
$\tau^+, \bar{\nu}_\tau$	-3	$\bar{t}, \bar{b}$	-3

При рассмотрении лептонных реакций сохранение лептонного генерационного числа  $\Delta n_l = 0$  и сохранение числа лептонов  $\Delta L = 0$  заменяют правила отбора  $\Delta L_e = 0, \Delta L_\mu = 0, \Delta L_\tau = 0$ . Например, реакции (1) и (2) запрещены, потому что для них  $\Delta n_l = 1$ . Распад  $\tau^+ \rightarrow e^+ + \bar{\nu}_e + \bar{\nu}_\tau$  например, запрещен благодаря не-сохранению числа лептонов,  $\Delta L = -2$ .

Кварковые генерационные числа удобны и при рассмотрении адронных реакций. Слабым взаимодействием нормально связаны  $u$ -кварк и  $d$ -кварк (правила отбора  $|\Delta Q| = 0, \Delta S = 0, \Delta C = 0$ , где  $S$  - странность и  $C$  - очарование),  $s$ -кварк и  $\bar{s}$ -кварк (правила отбора  $|\Delta Q| = 1, \Delta Q = \Delta S, \Delta S = \Delta C$ ). В наших генерационных числах эти правила отбора заменяются просто  $\Delta n_q = 0$  и сохранением числа кварков. Кабиббо-подавленным взаимодействиям  $u \leftrightarrow s$  ( $\Delta Q = \Delta S, \Delta C = 0$ ) или  $s \leftrightarrow d$  ( $\Delta Q = \Delta C, \Delta S = 0$ ) соответствуют переходы  $\Delta n_q \neq 0$  с сохранением числа

кварков. Хотя до сих пор реакции с изменением лептонного генерационного числа не обнаружены, вполне возможно, что они существуют, но сильно подавлены. Реакции с  $\Delta n_l \neq 0$ ,  $\Delta n_q \neq 0$ , изменяющие число барионов и лептонов, ожидаются в теориях большого объединения.

Генерационные числа могут быть полезными и в связи с возможной внутренней структурой кварков и лептонов. Кварк-лептонная симметрия, открытие новых кварков и лептонов (теперь известно 6 лептонов и 18 кварков, учитывая цвет) привели к сомнению в их элементарности. Начали появляться составные модели кварков и лептонов. Одна простая модель дана в двух работах Харари [6] и Шупе [7], где все лептоны и кварки составлены из трех фундаментальных объектов со спином  $1/2$  - ришионов (в дальнейшем мы используем обозначения Харари [6]). Имеется только два типа ришионов: один заряженный ришон  $T$  с зарядом  $3/2$  заряда позитрона и нейтральный ришон  $V$  с соответствующими антиришионами  $\bar{T}$  и  $\bar{V}$ . Кварки и лептоны первой генерации являются основными состояниями соответствующих составных систем, а дальнейшие генерации - возбужденными состояниями. Ришонный состав лептонов и кварков приведен в таблицах 3 и 4. Надо еще отметить, что все кванты взаимодействий: фотон, промежуточные бозоны  $W$ ,  $Z$  и глюоны - составные системы ришионов и антиришионов. Для описания составных состояний ришионов, образующих кварки и лептоны, мы приведем соответствующие квантовые числа  $N_l$  и  $N_q$  (см. табл. 3 и 4).

Таблица 3

Лептоны и антилептоны

Ришонный состав	Первая ген.	$N_l$	Вторая ген.	$N_l$	Третья ген.	$N_l$	$Q$	$n_R$	$n_C$
$TTT$	$e^+$	1	$\mu^+$	2	$\tau^+$	3	1	3	1
$VVV$	$\bar{\nu}_e$	1	$\bar{\nu}_\mu$	2	$\bar{\nu}_\tau$	3	0	3	1
$\bar{V}\bar{V}\bar{V}$	$\nu_e$	-1	$\nu_\mu$	-2	$\nu_\tau$	-3	0	-3	1
$\bar{T}\bar{T}\bar{T}$	$e^-$	-1	$\mu^-$	-2	$\tau^-$	-3	-1	-3	1

Таблица 4

## Кварки и антикварки

Ришонный состав	Первая ген.	$N_q$	Вторая ген.	$N_q$	Третья ген.	$N_q$	$Q$	$n_R$	$n_C$
$TTV, TVT, VTT$	$u$	1	$c$	2	$t$	3	$2/3$	3	3
$\bar{T}V\bar{V}, \bar{V}T\bar{V}, \bar{V}\bar{V}\bar{T}$	$\bar{u}$	1	$\bar{c}$	2	$\bar{t}$	3	$1/3$	3	3
$\bar{T}\bar{V}\bar{V}, \bar{V}\bar{T}\bar{V}, \bar{V}\bar{V}\bar{T}$	$d$	-1	$s$	-2	$b$	-3	$-1/3$	-3	3
$\bar{T}\bar{T}\bar{V}, \bar{T}\bar{V}\bar{T}, \bar{V}\bar{T}\bar{T}$	$\bar{u}$	-1	$\bar{c}$	-2	$\bar{t}$	-3	$-2/3$	-3	3

В таблицах 3 и 4  $n_R$  - сохраняющее квантовое число - число ришенов минус число антиришенов. Целесообразно вводить и  $n_C$  как число возможных различных комбинаций ришенов:  $n_C = 1$  для лептонов и  $n_C = 3$  для кварков.

Теперь можно выразить выше определенные генерационные числа при помощи квантовых чисел составной модели:

$$n_L = -N_L (-1)^{n_R + Q n_C} \quad (3)$$

$$n_q = -N_q (-1)^{n_R + Q n_C} \quad (4)$$

Третий компонент слабого изоспина определен тоже однозначно:

$$(t_3)_l = -\frac{1}{2} (-1)^{n_R + Q n_C} \quad (5)$$

$$(t_3)_q = -\frac{1}{2} (-1)^{n_R + Q n_C} \quad (6)$$

При помощи чисел  $n_{l,q}$  и  $(t_3)_{l,q}$  слабые изотопические дублеты частиц определены полностью. Надо отметить, что приведенные квантовые числа для составной модели кварков и лептонов можно определить аналогичным образом для некоторых других модификаций составной модели, например, для модели Райдио [8].

Резюмируя определенные выше генерационные числа можно

констатировать, что они имеют некоторые полезные черты, так как

- 1) позволяют просто описывать кварк-лептонную симметрию,
- 2) дают единый способ для описания возможных новых генераций кварков и лептонов.
- 3) дают связь между составными моделями кварков и лептонов и частицами в модели Глэшоу-Вайнберга-Салама.

Вполне возможно, что генерационные числа упрощают и сокращают путь к главным проблемам в коротких теоретических курсах элементарных частиц.

#### Литература

1. Weinberg, S. - Phys. Rev. Lett, 1967, 19, 21, 1264-1266.
2. Salam, A., Proceedings of the 8th Nobel Symposium, ed. by W. Svartholm (Almqvist and Wiksell, Stockholm, 1968), p. 367.
3. Glashow, S.L., Iliopoulos, J., Maiani, L. - Phys. Rev., 1970, D2, 7, 1286-1292.
4. Kobayashi, M., Maskawa, K. - Progr. Theor. Phys., 1973, 49, 2, 652-657.
5. Harari, H. - Phys. Reports, 1978, 42, 4, 235-309.
6. Harari, H. - Phys. Lett, 1979, B86, 1, 83-86.
7. Shupe, M.A. - Phys. Lett, 1979, B86, 1, 87-92.
8. Raitio, R. A model of lepton and quark structure. University of Helsinki preprint HU-TFT-79-39, 1979.

## УРЕГУЛИРОВАНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ВНЕАУДИТОРНОЙ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ: ВОЗМОЖНОСТИ, ФОРМЫ, РЕЗУЛЬТАТЫ

К.-С.К. Ребане

Основой учебной работы студентов является учебный план. По плану, установленному для большинства наших университетов, недельная аудиторная нагрузка студентов составляет 36-40 часов. Она близка к 41-часовой рабочей неделе, установленной законом для большинства трудящихся страны, и несколько превышает время, установленное для трудных категорий работ. Некоторые считают, что проведение самостоятельной работы студентов следует организовывать за счет их свободного времени: после занятий у студентов остается еще почти 18 часов свободного времени в сутки. Если из этого отвести 12-13 часов для сна, личной гигиены, транспорта, приготовления пищи или посещений столовых, то, кажется, останется еще большой излишек времени. Действительно, если рассуждать таким образом, то вполне можно планировать самостоятельную работу студентов еще на 18-20 часов в неделю. Но этим мы почти полностью запрограммируем все время студента и не дадим ему никакой возможности проявить личную инициативу при использовании своего времени, развитии своих всесторонних интересов. Однако на эту сторону развития студента надо обратить в настоящее время особое внимание. Следует иметь в виду, что в будущем он должен заниматься не только физикой в лабораториях или в классе, но и выступать организатором коллектива, душой развития передовой мысли и примером активного, борющегося за коммунистический образ жизни гражданина, советского специалиста

Не надо думать, что такие свойства прививаются студенту сами по себе, без необходимой теоретической и практической работы, без затраты нужного для этого времени. Много времени

требуется студенту и для достижения первых скромных успехов в области науки. Вспоминается, как автор данных строк на первом курсе затрачивал еженедельно в среднем 9-10 часов на усвоение дисциплины и накопление опыта научной работы.

Нам кажется, что никакие, хотя и кажущиеся идеально обоснованными теории и расчеты, не должны служить основой дополнительного введения в учебный план планированной самостоятельной внеаудиторной учебной работы студентов. Наши учебные планы в отличие от таковых многих зарубежных университетов весьма однозначно рассчитаны на обучение студентов за аудиторное время. Студенты, а в настоящее время и преподаватели прекрасно понимают, что большинство домашних задач решается "коллективно", на базе распределения общего труда или с использованием услуг сокурсников, эффективность умственного труда которых существенно превышает средний уровень.

Это еще не значит, что существующий учебный план вообще не предусматривает самостоятельной, внеаудиторной работы. Это время выделено в виде 7-8 свободных от лекций недель для сдачи экзаменов. Даже при самой скромной 41-часовой рабочей неделе на каждый курс, который заканчивается экзаменом, приходится до 50% самостоятельной внеаудиторной учебной работы. И студенты используют это время весьма эффективно! Кроме того, предусмотрены и другие формы такой работы. К ним относятся курсовая и дипломная работы, практика и конечно семинарские занятия. Семинарским занятиям в учебном плане уделяется большое количество часов. По спецкурсам это время составляет примерно 25% всех часов, по другим дисциплинам - около 300 часов. В основном это - общественные дисциплины. Семинарские занятия, если их методически правильно проводить, немислимы без самостоятельной внеаудиторной работы студентов. Традиционная форма семинарских занятий - обсуждение на них написанных студентами учебных рефератов. К сожалению, мы еще слишком мало говорим о методике проведения семинарских занятий, а еще меньше о тех требованиях, которые предъявляются к разработке материала, на основании которого студенты пишут рефераты. Нет четких представлений и о требованиях к самим рефератам, об их оформлении и представлении. По нашему мнению, именно эти вопросы надо детально изучить,

и разработать, хотя бы ориентировочно, нормы времени для выполнения тех или других задач при составлении таких рефератов. Это существенно поможет студентам при составлении правильных планов использования времени при подготовке к семинарским занятиям и составлении учебных рефератов.

Нами использовался метод составления учебных рефератов на трех различных курсах.

На первом курсе по предмету "Введение в специальность" каждому студенту по утвержденной советом факультета программе следует писать такой учебный реферат в первом семестре. Как нам стало известно из ряда докладов на Втором всесоюзном совещании - семинаре заведующих кафедрами физических и астрономических специальностей университетов страны (Москва, 1980 г.), такие рефераты успешно применяются и в ряде других университетов. Темы для рефератов представляет преподаватель курса. Каждый студент пишет реферат самостоятельно, несмотря на то, что имеется возможность выбора одной и той же темы рядом студентов. На лекциях излагаются теоретические основы написания реферата. Преподаватель курса рекомендует студентам литературу (не менее двух источников для реферата). Часть времени для самостоятельной работы над рефератами выделяется за счет аудиторного лекционного времени (6-8 часов), остальное должны студенты делать в свое свободное время. Объем реферата ограничен 10-15-ю страницами. Реферат надо представить не позже середины декабря. Опыт показывает, что все студенты относятся к этой работе серьезно, активно используют консультации и получают первый необходимый опыт работы в библиотеках. На основании анализа рефератов с большой вероятностью можно предсказать будущий уровень работы студента в вузе. Большая доля студентов курса продолжает работу над данной темой и в следующем семестре, обрабатывая и дорабатывая учебный реферат для конкурсной работы студентов первого курса.

Второй реферат наши студенты пишут под нашим руководством в седьмом семестре по курсу "Основы научно-исследовательской деятельности." Этот реферат выполняется за время практических работ названного курса в объеме 10-12 часов и тесно связан с теоретической базой курсовых тем студентов.



Курсовую работу надо представить в следующем семестре. На курсе читаются основы оформления научных статей, отчетов и других материалов, и рефераты студентов должны быть оформлены с учетом этих требований. Надо прямо сказать, что навыки оформления научных материалов у студентов развиваются медленно. Этот реферат необходимо представить на русском языке и он должен иметь резюме на иностранном языке.

Третий реферат студенты пишут уже на V курсе по программе спецсеминара и курса квантовой электроники. Целью этого реферата является направление студентов к специальной литературе, обучение их пониманию связи данного предмета с другими дисциплинами физики, а также с другими науками и, конечно, обучение студентов умению выражать прочитанное сжато, ясно, без потери основной информации как устно, так и письменно. Многолетний опыт показывает, что пятикурсники в основном справляются с этими основными задачами. Некоторые трудности возникают только при устном изложении материала реферата.

Сколько таких рефератов следует проводить со студентами в течение обучения? На старших курсах это определяется количеством спецсеминаров. Однако, нам кажется, что достаточно одного письменного учебного реферата в семестр. На других семинарских занятиях можно практиковать выступления студентов по конспектам и тезисам вместо написания пространных докладов и их дословного донесения слушателям. Такие рефераты уже давно успешно практикуются на семинарских занятиях по общественным наукам. По физике кажется целесообразной организация написания рефератов еще на втором и третьем курсах. Во всяком случае, количество рефератов за весь период обучения, а также курсы, по которым их следует писать, нужно подробно обсуждать методической комиссией факультета. Желательно разработать план написания рефератов и утвердить его на совете факультета.

Что же касается остальной внеаудиторной учебной работы, которую планируют дополнительно к лекциям, решениям задач и практикумам, то здесь в первую очередь преподаватели должны рассмотреть возможности повышения эффективности аудиторной учебной работы. Вполне возможно, что в случае эффективной

организации работы практикумов и занятий по решению задач отпадает необходимость дополнительного планирования внеаудиторной работы. Что же касается лекций, то руководящие органы высшего образования неоднократно подчеркивали право лекторов ограничиться чтением узловых вопросов и за счет неиспользованного аудиторного времени организовать эффективную самостоятельную работу студентов под контролем лектора.

Во всяком случае в настоящее время организация каких-либо форм самостоятельной внеаудиторной работы оправдана только тогда, когда эти формы непосредственно связываются с подготовкой студентов к их будущей научно-производственной, организационной или педагогической деятельности.

## О СТАНДАРТЕ СТ СЭВ 1052-78

К.Я. Шульц

Как известно, с 1961 года в СССР применяется международная система единиц измерения (ГОСТ-9867-61), причем еще остаются действительными 7 ранее установленных стандартов по единицам измерения. В связи с этим Комитет Стандартов предложил проект нового стандарта "Единицы измерения физических величин", который заменил бы все 8 стандартов по единицам измерения. Новый стандарт решили установить с 1 января 1970 года. До сих пор новый ГОСТ не утвержден, но нормы и требования, предложенные в этом проекте, нашли применение в науке, производстве и учебной работе.

Основные положения проекта отражаются в стандарте Союза Экономической Взаимопомощи (СЭВ) для единиц измерения физических величин СТ СЭВ 1052-78, который в СССР действует с 1 января 1979 года.

Стандарт СЭВ не распространяется на единицы, применяемые в научных исследованиях и публикациях теоретического характера в области естествознания, а также на единицы величин, оцениваемых по условным шкалам. Учебный процесс (включая учебники и учебные пособия) во всех учебных заведениях дол-

жен быть основан на применении единиц СИ и единиц, допускаемых к применению в соответствии с положениями стандарта.

Так как стандарт СЭВ имеет равноправие с государственными стандартами СССР, то уже начиная с 1 января 1979 года в учебном процессе необходимо применять только единицы СИ и выполнять другие требования этого стандарта. Следует отметить, что некоторые требования отличаются от требований ГОСТ 9867-61 и проекта ГОСТ для единиц измерения.

Ниже приведены более важные положения стандарта СЭВ.

1. В СИ применяется 7 основных и 2 дополнительных единицы измерения (табл. 1).

Таблица 1

Физическая величина	Обозначение для размерности	Название единицы	Обозначение единицы	
			международное	русское
длина	L	метр	m	м
масса	M	килограмм	kg	кг
время	T	секунда	s	с
абсолютная температура	$\theta$	кельвин	K	К
количество вещества	N	моль	mol	моль
сила тока	I	ампер	A	А
сила света	J	кандела	cd	кд
плоский угол	-	радиан	rad	рад
телесный угол	-	стерадиан	sr	ср

2. Кроме температуры Кельвина (обозначение T), допускается также применение температуры Цельсия (обозначение  $t$ ), определяемой выражением  $t = T - T_0$ , где  $T_0 = 273,15$  К по определению. Температура Кельвина выражается в кельвинах (К), температура Цельсия в градусах Цельсия ( $^{\circ}\text{C}$ ). Интервал или разность температур Кельвина выражают в кельвинах. Интервал или разность температур Цельсия допускается выражать как в кельвинах, так и в градусах Цельсия ( $^{\circ}\text{C}$ ). Обозначение "град" не применяется.

3. Русские обозначения единиц магнитной индукции Тл и индуктивности Гн, а не Т и Г, как это дано в ГОСТ 9867-61. Единица активности нуклида в радиоактивном источнике называется беккерель ( $Bq$ , Бк) и единица поглощенной дозы излучения греи ( $Gy$ , Гр). Соответствующие размерности этих единиц  $c^{-1}$  и  $m^2 \cdot c^{-2}$ .

4. В печатных изданиях допускается применение либо международных, либо русских обозначений.

Обозначения единиц следует применять после числовых значений величин и помещать в строку с ними (без переноса на следующую строку).

5. При указании значений величин с предельными отклонениями следует заключать числовые значения с предельными отклонениями в скобки и обозначения единиц помещать после скобок или проставлять обозначение единиц после числового значения величины и после ее предельного отклонения. Например:  $(100 \pm 0,1)$  кг, 50 г  $\pm 1$  г.

6. Допускается применять обозначения единиц в пояснениях обозначений величин и формулах. Помещение обозначений единиц в одной строке с формулами, выражающими зависимости между величинами или между их числовыми значениями, представленными в буквенной форме, не допускается. Буквенные обозначения единиц, входящих в произведение, следует отделять точками на средней линии, как знаками умножения. В машинописных текстах разрешается точку не поднимать.

7. В буквенных обозначениях отношений единиц в качестве знака деления должна применяться только косая или горизонтальная черта. Разрешается применение обозначения единиц в виде произведения обозначений единиц, возведенных в степени. Например  $\frac{Вт}{m^2 \cdot K}$  или  $Вт/(m^2 \cdot K)$  или  $Вт \cdot m^2 \cdot K^{-1}$ . Если для одной из единиц, входящих в отношение, приведено обозначение в виде отрицательной степени (например  $c^{-1}$ ,  $m^{-1}$ ,  $K^{-1}$ ), применение косой или горизонтальной черты не допускается.

8. При указании производной единицы, состоящей из двух или более единиц, не допускается комбинирование буквенных обозначений и наименований единиц, т.е. нельзя приводить для одних единиц обозначения, а для других - наименования. Например, неправильно 80 км/час.

9. Кратные и дольные единицы выбираются таким образом, чтобы числовые значения величин находились в диапазоне 0,1 до 1000. В некоторых случаях целесообразно применять одну и ту же кратную или дольную единицу, даже если числовые значения выходят за пределы диапазона от 0,1 до 1000, например, в таблицах числовых значений для одной величины или при сопоставлении этих значений в одном тексте. В стандарте СЭВ 1052-78 приведены рекомендуемые для применения кратные и дольные единицы от единиц СИ.

Применяются новые приставки: экса (Э, E) -  $10^{18}$  и пета (П, P) -  $10^{15}$ .

При образовании наименования десятичной кратной или дольной единицы от основной единицы СИ - килограмма, наименование которой уже содержит приставку, новую присоединяют к простому наименованию, т.е. к наименованию "грамм". Таким образом нельзя использовать мегакилограмм (Мкг) и т.д. Допускается наименование мегатонна.

Если единица образована как произведение или соотношение единиц, приставку следует присоединять к наименованию первой единицы, входящей в произведение или отношение.

10. В стандарте СЭВ приведены внесистемные единицы, допускаемые к применению наравне с единицами СИ (табл. 2) и внесистемные единицы, допускаемые к применению в специальных областях (табл. 3).

Таблица 2

Наименование величины	Наименование единицы	Обозначение единицы	
		международное	русское
Масса	тонна	t	т
время <sup>1</sup>	минута	min	мин
	час	h	ч
	сутки	d	сут
плоский угол	градус	°	°
	минута	...	...
	секунда	...	...
объем	литр <sup>2</sup>	l	л

<sup>1</sup> Допускается применение также других единиц, получивших широкое распространение, например, неделя, месяц, год, век, тысячелетие и т.п.

<sup>2</sup> Не рекомендуется применять при точных измерениях. При возможности смешения обозначения l с цифрой 1 допускается обозначение lt.

Таблица 3

Наименование величин	Наименование единицы	Обозначение единицы международн. русское		Область применения
длина	астрономическая единица	ае	а.е.	в астрономии
	световой год	л	св. год	" "
	парсек	рс	пк	" "
площадь	гектар	га	га	в сельск.хоз. в лесном хоз.
масса	атомная единица массы	и	а.е.м.	в атомной физ.
плоский угол	град(гон)	... <sup>0</sup> (гон)	град	в геодезии
энергия	электронвольт	еV	эВ	в физике

Кроме того, в стандарте приведены единицы (за исключением единиц: морская миля, узел, карат, оборот в секунду, оборот в минуту, бар, текс и непер, срок изъятия которых будет установлен в соответствии с международным решением), допускаемые к применению до 1 января 1980 года. Например, ангстрем, барн, дина, миллиметр ртутного столба, эрг, гаусс, рентген и другие.

#### Литература

1. Бурдун Г.Д. Единицы физических величин. Стандартгиз, 1967.
2. Сена Л.А. Единицы физических величин и их размерности. М., Наука, 1977.
3. Чертов А.Г. Единицы измерения физических величин. М., Высшая школа, 1977.
4. Государственный стандарт Союза ССР. Единицы физических величин. Проект.
5. ГОССД 1-76, фундаментальные физические константы. М., изд. стандартов, 1976.
6. СТ СЭВ 1052-78. Единицы физических величин.

## Содержание

П.Г. Кард. К методике изложения основ механики .....	3
З.Н. Бихеле, Г.А. Бихеле. К вопросу об изложении основ динамики в курсе общей физики .....	7
О.И. Семан. Элементы теории брауновского движения по Смолуховскому в курсе молекулярной физики ....	II
Р.-К.Р. Лойде, Р.Р. Паккас, П.А. Суурварик. К мето- дике изложения некоторых основных понятий электромагнетизма в курсе общей физики .....	30
Л.М. Тувикене. Некоторые вопросы истории физической оптики .....	39
Ю.Я. Лембра. Некоторые методические приемы при пре- подавании атомной физики. IV. ....	43
Л.Д. Пальги. О генерационных числах кварков и лептонов .....	62
К.-С.К. Ребане. Урегулирование самостоятельной вне- аудиторной учебной работы студентов: возможно- сти, формы, результаты .....	69
К.Я. Шульцс. О стандарте СТ СЭВ 1052-78 .....	73

ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ В ВУЗЕ.

В помощь преподавателю УИ.

На русском языке.

Тартуский государственный университет.

ЭССР, 202400, г.Тарту, ул.Кликооли, 18.

Ответственный редактор Ю. Лембра.

Корректор Й. Пауска.

Подписано к печати 28.04.1982. МВ 04241.

Формат 60х84/16.

Бумага ротаторная.

Машинопись. Ротапринт.

Условно-печатных листов 4,65.

Учетно-издательских листов 3,93.

Печатных листов 5,0.

Тираж 200.

Заказ № 456.

Цена 60 коп.

Типография ТГУ, ЭССР, 202400, г.Тарту, ул.Пялсона, 14.